IREM
Clermont-Ferrand

CALCUL MENTAL
AU CYCLE 3

Calculer des produits à l'aide de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

- Juin 2021 -

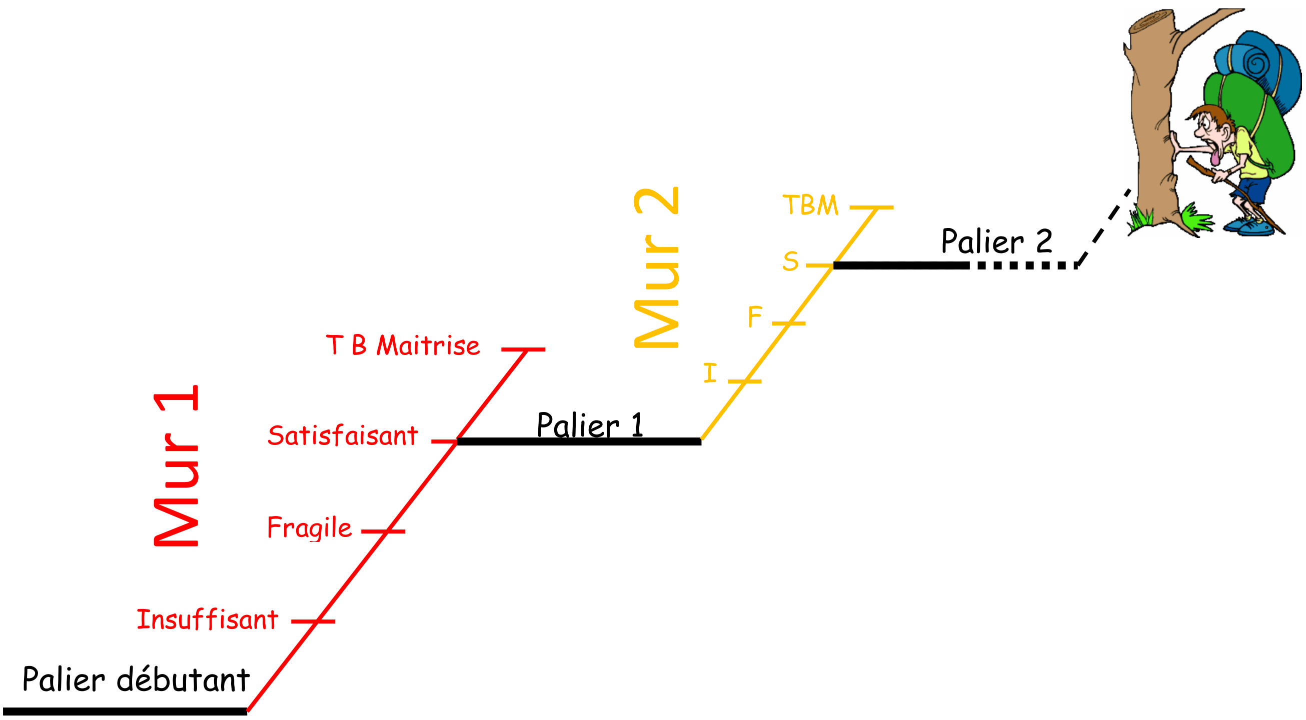
LES AUTEURS

Groupe « Vichy – Cycles 3 et 4 »

Barthélémy Fabrice	Ecole Pierre Coulon	Vichy
Caffe Séverine	Collège Jean-Baptiste Desfilhes	Bellenaves
Caffe Pierre	Collège Jules Ferry	Vichy
Cottin Audrey	Collège Maurice Constantin Weyer	Cusset
Fontaine Mathieu	Conseiller pédagogique	Bassin de Vichy
Guérin Laure	Collège Jean Rostand	Bellerive-sur-Allier
Marion Lilian	Conseiller pédagogique	Bassin de Vichy
Mazzochi Jacqueline	Ecole Lucie Aubrac	Cusset
Vallé Michèle	Collège Les Célestins	Vichy

NOTRE PERCEPTION D'UN PARCOURS

- La fiche de progressivité est construite de manière à organiser l'ensemble des attendus de fin de cycle 3 selon un certain « découpage » en items. Chaque item se décompose en plusieurs paliers qui constituent les étapes d'apprentissage de cet item.
  Pour accéder à un palier suivant, on doit franchir « un mur » ou un « obstacle ».
  Les murs sont plus ou moins difficiles à passer selon les items.
- Chaque mur peut-être décliné en 4 niveaux :
  I : Insuffisant ; F : Fragile ; S : Satisfaisant ; TBM : Très bonne maîtrise.
  Le professeur indique le niveau atteint dans le mur le plus haut.
  Un palier est considéré comme atteint si l'élève a obtenu le niveau S ou TBM dans le mur correspondant.
  L'élève n'est évalué dans un mur (le mur 2, par exemple) que lorsqu'il a atteint le palier précédent (le palier 1, par exemple).
- Les murs 1 ; 2 ; 3 n'impliquent pas forcément une répartition CM1 ; CM2 ; 6^{e}.
  Par exemple, pour le parcours « Calculer des produits à l'aide de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition », le passage du palier 1 au palier 2 est plus facile que celui du palier 2 au palier 3. Le travail autour du palier 3 nécessitera plus de temps que celui du palier 2 et donc s'étalera certainement sur les deux années de fin de cycle.
- Les paliers réservés exclusivement à la classe de 6^{e} conformément aux programmes sont indiqués.



PRÉFACE

Le programme de mathématiques de 2016 et ses réajustements de 2018 sont rédigés pour l'ensemble du cycle, soit trois années consécutives du CM1 à la 6^{e}.
La mise en place de ces nouveaux programmes doit permettre de développer les six compétences de l'activité mathématique répertoriées par l'institution : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer. Ils mettent en avant la place importante de l'acquisition d'automatismes au niveau du calcul.

Nous vous présentons dans ce document la façon dont nous envisageons de faire vivre le calcul mental au quotidien dans les classes de cycle 3.
Par calcul mental, nous entendons « *Ensemble des activités mentales qui consistent à effectuer des opérations avec des nombres, essentiellement sans aide matérielle externe, avec ou sans intermédiaire écrit, et qui permettent de renforcer le « number sense » c'est-à-dire la conscience des nombres et leur compréhension dans un cadre extra ou intra mathématique*. » (Jean-François Chesné, 2016, https://www.youtube.com/watch?v=W_ShQg2NIZk)
Cette définition implique que lors d'une séance de calcul mental, on peut :

- écrire des calculs ou des résultats intermédiaires ;
- faire des schémas ;
- et aussi utiliser parfois du matériel (par exemple le matériel de numération).

Le calcul mental diffère du calcul posé et du calcul instrumenté. Ainsi, un élève qui donne mentalement le résultat d'une opération qu'il a posée « dans sa tête », ne fait pas de calcul mental.

Cette brochure s'adresse donc aussi bien aux professeurs des écoles qu'aux professeurs du second degré enseignant en 6^{e}. Les calculs mentaux se présentent sous la forme de parcours. Ils sont envisagés sous plusieurs supports mais conservent une structure bien particulière.

Le principe est de motiver le calcul mental par l'étude et la recherche de techniques qui permettent l'accomplissement de types de tâches fondamentales, de manière optimale. Les types de tâches répertoriés sont essentiels aux apprentissages futurs de cycle 4 et peuvent servir de points d'appui à d'autres exercices du même cycle.

Dans cette étude, nous allons présenter une séquence sur le calcul mental de produits à l'aide de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.
D'autres séquences peuvent être construites sur :

- Calculer des sommes (addition et soustraction)
- Calculer des produits à l'aide de l'associativité et de la commutativité de la multiplication.
- Utiliser le calcul mental pour donner du sens à l'écriture décimale d'un nombre.

Nous espérons à travers cette démarche inviter les professeurs à davantage pratiquer le calcul mental dans les classes, du moins à le pratiquer plus régulièrement. Dans cette pratique régulière, notons que notre objectif n'est pas d'amener les élèves à savoir calculer vite et bien mais plutôt à développer des compétences mathématiques. Cette brochure à ce titre s'inscrit dans la perception *proactive de l'enseignement,* c'est à dire dans une vision qui consiste à penser que le plus important n'est pas de savoir faire des mathématiques mais plutôt de savoir trouver les ressources personnelles et autonomes pour savoir faire des mathématiques. A l'intérieur de chaque année scolaire, la passation des parcours peut être réalisée sur une heure ou étalée sur plusieurs jours. La brochure propose une gestion du temps à adapter à chaque mode de fonctionnement de classe. Elle amène à « spiraler » les contenus et les apprentissages.
Elle propose des activités qui peuvent se réaliser sous la forme :

- de temps longs comme la recherche de calculs réfléchis qui peuvent s'étaler sur plusieurs séances
- de temps courts matérialisés par l'institutionnalisation des savoirs et des savoir-faire mathématiques qui découlent des calculs réfléchis
- du travail de la technique dans la durée, sous forme de séries-routines favorisant l'échange et le travail de l'oral.

TABLE DES MATIÈRES

Résultats de recherche et points de vigilance ... 6

Récapitulatif et commentaires de deux résultats de recherche des travaux de Denis Butlen ... 6

Points de vigilance ... 7

Repères pour la mise en œuvre ... 8

Être proactif ... 8

Les fondamentaux ... 9

Mise en œuvre en classe ... 10

Institutionnalisation ... 12

Explications du déroulement ... 13

Exemple de séquence avec différenciation pédagogique ... 14

Présentation des logos utilisés ... 20

Déroulement de la séquence ... 21

Palier 1 ... 22

Palier 2 ... 27

Palier 3 (6ème) ... 31

Travail de la technique dans la durée ... 34

Productions d'élèves ... 38

Résultats de recherche et points de vigilance

Récapitulatif et commentaires de deux résultats de recherche des travaux de Denis Butlen

- **Premier résultat : le paradoxe de l'automatisme**

L'enseignement du calcul mental est paradoxal. Trop peu d'automatismes peuvent renforcer l'automatisme.

On considère qu'une procédure est automatisée quand elle est restituée par l'élève pour effectuer un calcul sans que celui-ci ait besoin de la reconstruire. Trop peu de procédures automatisées élémentaires peuvent renforcer un comportement se caractérisant par une mobilisation systématique d'un seul type de procédure, sans interroger son domaine de validité. La disponibilité de davantage de procédures automatisées de base permet d'échapper aux automatismes et de réussir à s'adapter à d'autres calculs mentaux.

Par exemple, pour calculer mentalement 45 + 17, on peut

- calculer $45+(10+7)=(45+10)+7=55+7=55+(5+2)=(55+5)+2=60+2=62$
- ou bien calculer $45+(15+2)=(45+15)+2=60+2=62$
- ou encore calculer $45+(20-3)=(45+20)-3=65-3=62$

Pour réaliser ce calcul mental, l'élève a besoin de mobiliser :

- une décomposition additive de 17 (10 + 7 ; 15 + 2 ; 20 – 3)
- des règles d'associativité

Si l'automatisme élémentaire de décomposition additive d'un nombre n'est pas disponible, l'élève ne pourra pas le mobiliser. Son utilisation lui demandera un effort trop coûteux et de ce fait il ne réussira pas à calculer mentalement $45+17$.
Pour pallier ce manque, il est possible que l'élève soit tenté de poser « dans sa tête » $45+17$, méthode qu'il considérera comme une méthode plus sûre.

- **Deuxième résultat**

La pratique régulière du calcul mental insérée dans une progressivité pensée peut être une aide à la résolution de problèmes numériques.

Le calcul mental libère de l'espace mental pour la résolution de problèmes numériques. Les élèves ayant un entraînement régulier et progressif du calcul mental s'autorisent à plus d'initiatives : jouer sur la taille des nombres, simplifier des données, rechercher des procédures non standards, faire des essais, recommencer ou encore accepter de faire des erreurs.

Par exemple, on considère le problème numérique suivant « La somme de 3 nombres consécutifs donne 96. Quels sont ces 3 nombres ? ».
Pour résoudre ce problème un élève de cycle 3 doit pouvoir faire plusieurs essais comme $10+11+12=33$ et conclure. Si ces essais sont trop coûteux en mémoire et demandent trop d'efforts, l'élève se fatiguera et sera peu disponible pour se concentrer sur l'enjeu du problème.

Points de vigilance (Recommandations extraites de la conférence de consensus, Paris 2015)

R9- L'enseignement des nombres et des opérations nécessite de faire progressivement comprendre ce que sont les nombres et les opérations et à quelles questions ils permettent de répondre.

R21 : Les opérations sont introduites par la résolution de problèmes.
Commentaire : Le calcul mental 34×9 peut être motivé par un problème (Un ballon de basket coûte 34 euros. Combien coûtent 9 ballons ?). Cette étape ne doit pas être enlevée.

R14 : Bien qu'il existe des outils informatiques de calcul très performants, le calcul mental et le calcul posé doivent continuer à occuper une place importante dans l'enseignement des mathématiques.

R17 : Le calcul mental et le calcul en ligne doivent être privilégiés par rapport au calcul posé.

R20 : Les élèves doivent apprendre à utiliser le calcul mental ou le calcul en ligne pour déterminer l'ordre de grandeur d'un résultat afin de le contrôler, ou de façon plus générale pour effectuer un calcul approché.
Commentaire : On peut justifier face aux élèves le calcul mental comme un moyen de contrôle des outils informatiques de calculs. De plus faire preuve d'une certaine habileté calculatoire permet aussi d'accroître les performances en résolution de problèmes numériques.

R15 : Il est important de développer l'intelligence du calcul avec une compréhension profonde de la notion de nombre.
Commentaire : Un élève peut se tromper en divisant 40,14 par 2. Il donne comme réponse 20,7. Le calcul mental est souvent l'occasion de pointer des difficultés sur la compréhension des nombres. La phase où l'enseignant s'attarde sur le sens de 40,14 comme étant 40 unités et 14 centièmes est indispensable et incontournable.

R18 : L'enseignement du calcul mental et du calcul en ligne doit être organisé selon une progressivité.
Commentaire : La pratique régulière du calcul mental ne suffit pas à développer des aptitudes calculatoires. Une « dynamique négative » (Butlen, 2009) peut s'installer. Son enseignement doit prendre en compte les besoins identifiés des élèves, leurs différents cheminements et leurs erreurs. Elle doit être organisée de manière progressive. Ainsi, la séance de multiplication par 5, 50 ou 500 doit faire suite à des séances de calcul mentaux sur les multiplications par 10, 100 ou 1000 et de divisions d'un nombre décimal par 2. L'enseignant doit pouvoir rebondir sur les erreurs émanant d'une conception erronée des nombres.

R19 : L'enseignement du calcul mental et du calcul en ligne doit donner une place importante à la verbalisation des élèves de leurs façons de faire, qu'elles soient correctes ou non.

Repères pour la mise en œuvre

Les parcours sont construits à partir de calculs réfléchis suffisamment ouverts pour que la réponse ne soit pas immédiate. L'objectif de la classe est donc d'apporter collectivement plusieurs pistes à cette question.
C'est grâce à la dynamique créée par cette question que les élèves s'engagent dans la recherche.
La situation est souvent présentée sous forme de problème.

La mise en œuvre du parcours amène les élèves à être curieux et à adopter une attitude réflexive sur les calculs et problèmes traités.

Être proactif

« …, face à une question *Q* donnée, une personne peut se placer (de manière soit délibérée, soit spontanée) dans l'un ou l'autre de deux *modes d'étude* distincts. Le premier, approprié à l'activité d'enquête, est le mode d'étude *proactif*, qui suppose une tension *procognitive*. Dans ce mode, rappelons-le encore, on ne suppose nullement connues à l'avance, même partiellement, les réponses $R^\diamond$ à la question *Q* existant dans la culture : l'enquête consiste d'abord à les *rechercher*, à les identifier, à les analyser de façon appropriée. Or l'observation et l'analyse cliniques montrent que l'activation du mode proactif rencontre un immense obstacle, constitué par la prégnance du second mode d'étude évoqué, le *mode d'étude rétroactif*, qui a partie liée avec le règne, dans l'éducation scolaire et universitaire, et cela jusqu'à aujourd'hui, de ce que nous nommerons l'*essayisme dissertationnel*. Dans le mode rétroactif, en effet, il s'agit, pour l'élève ou l'étudiant, non de se mettre en quête de réponses qui seraient *à découvrir*, mais de construire un discours – une « dissertation » – en rapport avec la question posée en y intégrant des matériaux issus des discours sur cette question qu'il aura *préalablement rencontrés*. Dans le mode rétroactif dissertationnel tel que nous pouvons l'observer, il ne s'agit nullement de *présenter* des réponses $R^\diamond$, d'en *rendre compte*, ni à plus forte raison de les *analyser*. Il s'agit bien plutôt de *parler* – en usant de ce que l'on connaît ou a connu – de ce qui, alors, n'est plus véritablement une *question*, mais devient un *« sujet »*. Dans le vocabulaire de l'essayisme dissertationnel, on n'apporte pas réponse à une question ; on *« traite un sujet »*. »

(Ladage & Chevallard, 2011)
Enquêter avec l'internet : études pour une didactique de l'enquête, in Education & Didactique n°5.2

Les fondamentaux

➢ Structures additives

- Propriétés d'associativité et de commutativité de l'addition : $(3+4)+6=3+(4+6)$ $3+4=4+3$

Prolongement au cycle 4 : $(3+2x)+5x=3+(2x+5x)=3+7x$ $9+4x^2=4x^2+9$

(Ordonner et réduire des polynômes du 2nd degré)

- Décompositions additives : $50=25+25$; $54=50+4$; $54=60-6$

Prolongement au cycle 3 : $\frac{5}{3}=1+\frac{2}{3}=2-\frac{1}{3}$

(Fractions à écrire comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1)

➢ Structures multiplicatives

- Propriétés d'associativité et de commutativité de la multiplication : $(3\times5)\times2=3\times(5\times2)$ $7\times4=4\times7$

Prolongement au cycle 4 : $5\times(2x)\times6=5\times6\times2x=60x$

(Simplifier des produits issus d'expressions littérales)

- Décompositions multiplicatives : $16=8\times2$ $16=4\times4$ $16=2\times2\times4$

Prolongement au cycle 4 (3e) : $6x^2-42x=6x\times x-6x\times7=6x(x-7)$ $\frac{42}{15}=\frac{2\times3\times7}{3\times5}=\frac{2\times7}{5}=\frac{14}{5}$

(Factorisation de sommes algébriques et simplification de fractions)

➢ Lien entre les structures additives et multiplicatives :

- Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, soustraction : $12\times3=(10+2)\times3=30+6=36$ ou $38\times13-38\times3=38\times(13-3)=38\times10=380$

Prolongement au cycle 4 : $5(x+9)=5x+45$ $13x^2+12x=x(13x+12)$

(Développement et factorisation)

➢ Priorités opératoires (6e)

- Priorité des parenthèses dans un calcul : $15-(18-6)=15-12=3$

Prolongement au cycle 4 : $3-(9x-4x)=3-5x$ $9x-(3x-x)=9x-2x=7x$

(Réduire des sommes algébriques)

- Priorité de la multiplication et de la division sur l'addition et la soustraction : $5+13\times2=5+26=31$

Prolongement au cycle 4 : $6\times2x-2x\times5x=12x-10x^2$

(Réduire des sommes algébriques)

Mise en œuvre en classe

Travailler sur les structures additives ou multiplicatives ne se limite pas à donner les résultats des opérations. Voici quelques exemples :

- **Structures additives**

- Trouver le complément d'un nombre à 10 ou à la dizaine supérieure (exemple 3 + 7 = 10)
  - 3 +? = 10 ; 7 +? = 10
  - 3 pour aller à 10 ; 3 → 10 ; 7 pour aller à 10 ; etc.
  - 10 – 3 = 7 ; 10 – 7 = 3
- Ajouter 10 ou un nombre entier de dizaines
- Trouver le plus rapidement possible le résultat d'additions en ligne : $27+15+4+3+5$
- Décomposer additivement un nombre en nombre entier de dizaines et nombre d'unités
- Décomposer additivement un nombre pour se ramener à la dizaine inférieure, à la dizaine supérieure

- **Structures multiplicatives**

- Tester le produit

$8\times6=?$	$8\times\ ?=48$	$?\ \times8=48$	$?\ \times\ ?=48$
$8\times5+?=8\times6$	$8\times6-?=8\times5$	$8\times3+8\times3=?$	
$8\times2\times3=?$	$4\times2\times2\times3=?$	$2\times2\times2\times3\times2=?$	$2\times2\times2\times6=?$

- Recherches de multiples et diviseurs
  - Multiples : 48 est-il multiple de 6 ? 48 est-il multiple de 8 ?

    De quels nombres, 48 est-il multiple ?
  - Diviseurs : 6 est-il un diviseur de 48 ? 8 divise-t-il 48 ? Citer des diviseurs de 48
- Quotients entiers
  - 48 divisé par 6 ? 48 divisé par 8 ?
  - Quel est le quotient de 48 par 6 ? Quel est le quotient de 48 par 8 ?
  - 48 : 6 = ? 48 : 8 = ?
  - 48 : ? = 6 48 : ? = 8
  - Quel est le reste de 48 divisé par 6 ?
  - Quel est le reste de 49 divisé par 6 ?
- Décompositions multiplicatives
  - Écris sous la forme d'un produit : 30 48 24 12
  - Trouver des décompositions multiplicatives d'un nombre égal à une puissance de 2 :

    32 64 128

- Multiplier par 10^n, “ la règle des zéros ”
- Diviser un nombre par 10, 100, 1000, 10^n
- Multiplier par 5, diviser par 5 ; multiplier, diviser par 50, par 500
- Multiplier et diviser par 25

Institutionnalisation

Le travail sur un parcours permet d'amener les élèves à se poser des questions et à trouver les justifications des calculs qu'ils effectuent. Ces recherches n'empêchent pas de réaliser dans la classe une étape plus classique d'institutionnalisation : le bilan du parcours apparaît comme réponse à la question du calcul réfléchi du départ.

Ainsi, est-il important de mettre en évidence à travers les calculs mentaux, la formulation de propriétés ou de techniques mathématiques. Il s'agit aussi de décontextualiser pour que les élèves prennent conscience de la portée des propriétés étudiées. Ces calculs ne doivent pas être uniquement vus qu'à travers la situation particulière travaillée mais comme un ensemble beaucoup plus général. Les exercices d'entraînement qui permettent le travail de la technique dans la durée sont aussi présents pour aider à franchir cette étape.

Quelques exemples :

A SAVOIR PAR-COEUR

1+1=2	2+2=4	3+3=6	4+4=8
1+2=3	2+3=5	3+4=7	4+5=9
1+3=4	2+4=6	3+5=8	4+6=10
1+4=5	2+5=7	3+6=9	4+7=11
1+5=6	2+6=8	3+7=10	4+8=12
1+6=7	2+7=9	3+8=11	4+9=13
1+7=8	2+8=10	3+9=12	4+10=14
1+8=9	2+9=11	3+10=13	
1+9=10	2+10=12		
1+10=11			

5+5=10	6+6=12	7+7=14	8+8=16
5+6=11	6+7=13	7+8=15	8+9=17
5+7=12	6+8=14	7+9=16	8+10=18
5+8=13	6+9=15	7+10=17	
5+9=14	6+10=16		
5+10=15			

9+9=18	10+10=20
9+10=19	

POUR S'ENTRAÎNER, IL FAUT UTILISER LA COMMUTATIVITÉ:

6+2 ou 2+6=8 5+6 ou 6+5=11 etc......

CAL.2

4	2	. est le double de...
12	6	
50	25	
30	15	
18	9	
100	50	
40	20	
60	30	
10	5	
104	52	. est la moitié de...

le double → x2
la moitié → :2

Explications du déroulement

Chaque séquence utilise le même déroulement.
Une évaluation diagnostique permet de tester l'acquisition des prérequis utiles à la suite du parcours.
Selon les résultats de l'évaluation diagnostique :

- les élèves ont la possibilité d'avoir recours à une aide ponctuelle sous formes diverses (carte des doubles, tables de multiplication, matériel de numération …) ;
- deux versions des exercices sont proposées aux élèves.
  Par exemple pour la séquence « Calculer des produits à l'aide de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. » du palier 1, le groupe 1 se voit proposer une remédiation du type « $700 \times 8 =$ » et le groupe 2 réalise des tâches d'approfondissement du type « $700 \times 80 =$ »

<u>**Étape 1 :**</u> Ce temps correspond à un calcul réfléchi, un temps de recherche. Toutes les procédures sont autorisées excepté le calcul posé et l'utilisation de la calculatrice. Les représentations, schématisations (cartes de foot, billes…) et les calculs intermédiaires écrits sont possibles. Autrement dit, lors du calcul mental, on ne s'interdit pas le recours à l'écrit.
Pendant la correction, toutes les procédures qui auront émergé dans la classe seront recueillies et débattues collectivement.
Lors de la mise en commun, on extrait parmi les procédures celle que l'on veut mettre en exergue. Si la méthode voulue n'apparaît pas, on peut s'appuyer sur celles qui sont les plus proches pour atteindre notre objectif.
Un premier bilan permet d'institutionnaliser localement cette procédure dans le contexte du cas traité. Il est écrit dans le cahier de recherche ou le cahier du jour ...
La multiplication des exemples de l'étape suivante permettra aux élèves de s'approprier les procédures, les décontextualiser et construire la trace écrite de cours (institutionnalisation globale).

<u>**Étape 2**</u> : Cette étape débute par une phase d'échauffement qui permet la mise en route de l'activité mentale de l'élève.
Les séries de difficultés progressives ont pour objectifs l'appropriation et le renforcement de la technique à travailler.
L'étape se conclut par une institutionnalisation globale.

<u>**Étape 3**</u> : Il s'agit de mettre en place les notions par un réinvestissement régulier à travers des rituels. Plusieurs exemples sont proposés dans la rubrique « Travail de la technique dans la durée » (p 34).

ETAPE 1

- Découverte
- Institutionnalisation locale

ETAPE 2

- Approfondissement
- Renforcement
- Institutionnalisation globale

ETAPE 3

- Réinvestissement régulier
- Consolidation

Evaluation diagnostique

EVALUATIONS MISES AU SERVICE DES APPRENTISSAGES

Evaluation finale

Exemple de séquence avec différenciation pédagogique

1) Étape 1 : *Découverte et institutionnalisation locale*

*a) Découverte de la **Décomposition multiplicative** par un calcul réfléchi*

<u>*Consigne élève*</u>

Calcule 14×55. Explique ta démarche.

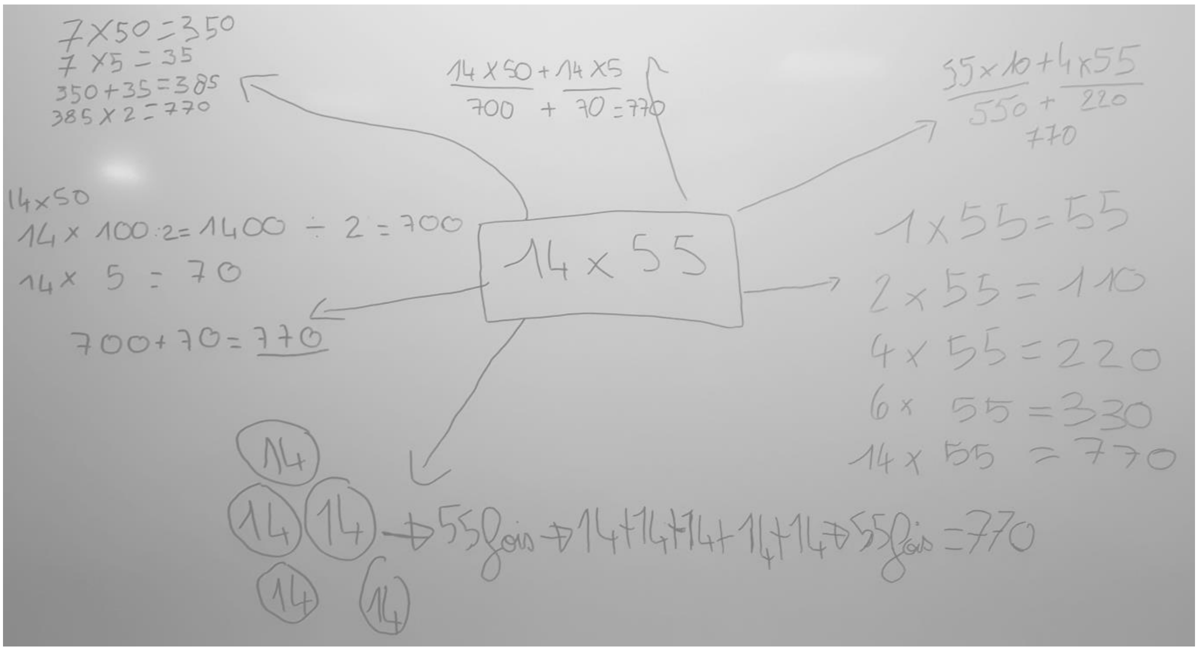
Calculatrice interdite. Interdiction de poser le calcul. Étapes autorisées.

Recherche individuelle.

<u>Démarche attendue</u> : $(2\times7)\times(5\times11)=2\times5\times7\times11=(2\times5)\times(7\times11)=10\times77=770$

Certains trouvent rapidement et d'autres … non.
On demande aux plus rapides de trouver d'autres méthodes.

<u>1ère différenciation.</u>
Bilan des procédures de la classe au tableau.



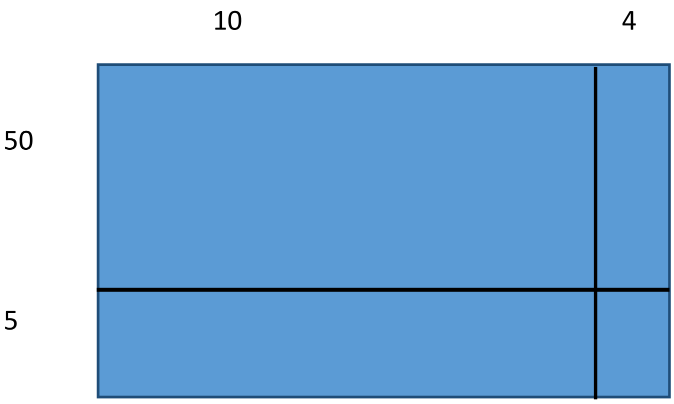
5 méthodes différentes correctes de la classe pour trouver 770

on calcule 7×55 puis $2\times$ résultat pour calculer 7×55 on calcule $7\times50+7\times5=350+35=385$ puis $385\times2=770$	$14\times50+14\times5$
$14\times5\ +\ 14\times50$ Pour calculer 14×50 on effectue $14\times100 : 2$	$55\times10+55\times4$
$1\times55=55$ $2\times55=110$ $4\times55=220$ $6\times55=330$ $14\times55=770$	5 paquets de 14 donnent 70 Prendre 11 fois 70 770

Une méthode erronée :

$(10+4)\times(50+5)=10\times50+4\times5=500+20=520$

Mise en défaut : Comment corriger ?



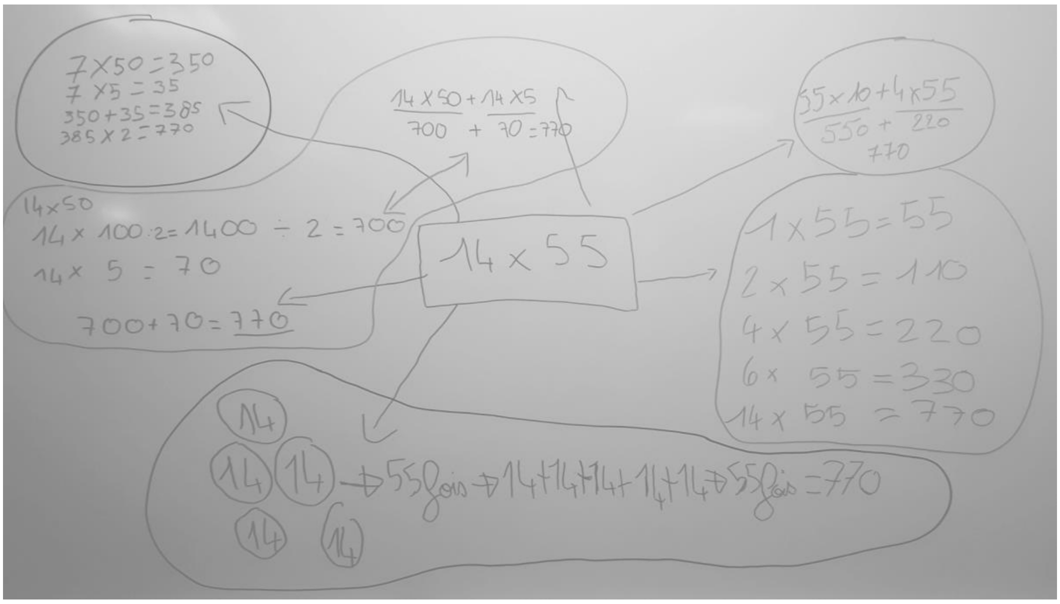
Rajouter 5×10 et 4×50 soit $50+200$

On trouve $520+50+200=770$

<u>Vers l'institutionnalisation.</u>

Aucune méthode n'a été utilisée majoritairement et la méthode attendue n'est pas sortie dans la classe !

On trie les méthodes en utilisant des couleurs : en bleu, décompositions multiplicatives d'un facteur ; en vert, décompositions additives d'un facteur et distributivité.



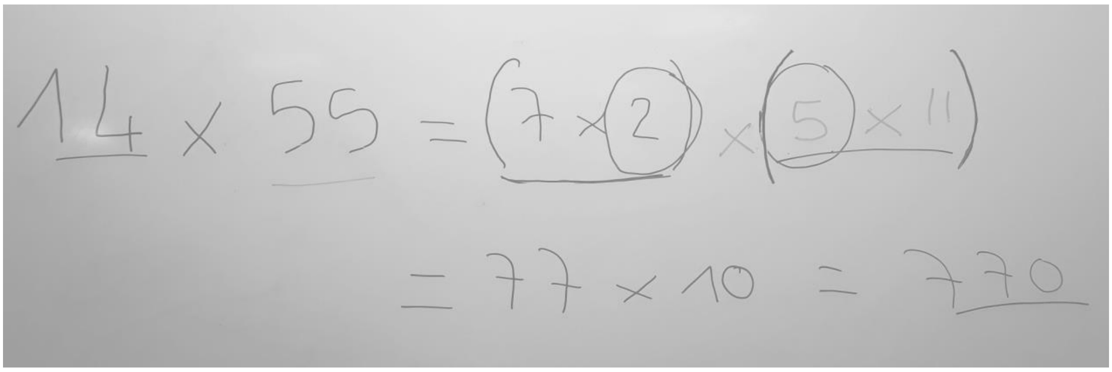
on calcule 7×55 puis $2\times$ résultat pour calculer 7×55 on calcule $7\times50+7\times5=350+35=385$ puis $385\times2=770$	$14\times50+14\times5$
$14\times5\ +\ 14\times50$ Pour calculer 14×50 on effectue $14\times100:2$	$55\times10+55\times4$
$1\times55=55$ $2\times55=110$ $4\times55=220$ $6\times55=330$ $14\times55=770$	5 paquets de 14 donnent 70 Prendre 11 fois 70 770

Bilan des 2 méthodes bleues dans la classe :

$2\times(7\times 55)$ et $(14\times 5)\times 11$ Décomposition multiplicative de 14 ou de 55.

Question du professeur : Si on décomposait les deux nombres ?

Ensemble, on écrit :



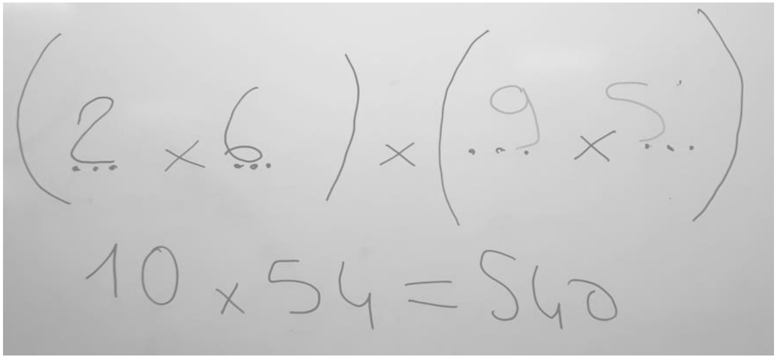
Il s'agit ici de :

- mettre en évidence une technique particulière,
- autoriser l'écriture des étapes de calcul (calcul en ligne).

2e différenciation : Exploration de la technique sur un autre exemple 12×45

Certains calculent de tête, sans étape : 540 ! D'autres ont besoin de tout écrire.

En correction, on écrit les étapes.



b) Institutionnalisation locale

On réalise la synthèse dans la classe ***de ce qui doit être su.***

Décomposer en un produit

Pour calculer 14×55 *,* ***on peut*** *chercher à écrire 14 et 55 sous la forme de produits.*

$14 = 7 \times 2$ et $55 = 5 \times 11$

$14 \times 55 = (7 \times 2) \times (5 \times 11) = 77 \times 10 = 770$

Dans un produit*, on peut :*

- *changer l'ordre des facteurs*
- *associer les facteurs comme on le souhaite*

À l'oral :

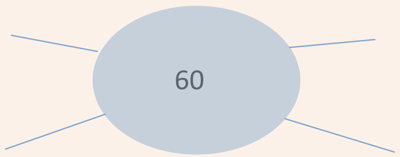
- pour pouvoir décomposer un nombre sous la forme d'un produit, il faut connaître parfaitement les tables de multiplication, à l'envers !
- attention au domaine de validité, est-ce possible pour toutes les opérations ?
  $1:2$ est différent de $2:1$; $2-1$ est différent de $1-2$;
  $(200:10):5$ est différent de $200:(10:5)$; $(10-3)-2$ est différent de $10-(3-2)$

Pour aller plus loin en 6e :

Notion de diviseurs : connaître les diviseurs d'un nombre entier.
7 et 2 sont des diviseurs de 14 ; 11 et 5 sont des diviseurs de 55.

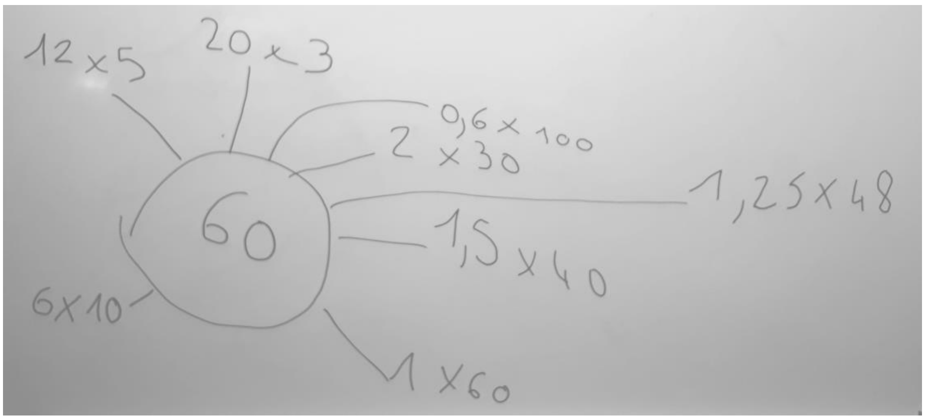
2) Étape 2 : *Appropriation et renforcement*

Décomposer 60 en produits de deux facteurs. Calculatrice interdite !



.....×.....

<u>1 ère différenciation :</u>
Les élèves faibles trouvent : 20×3 ; 30×2 ; 1×60 ; 6×10
Les élèves moyens trouvent : 15×4 ; 12×5
Les élèves plus à l'aise trouvent : $1{,}5 \times 40$; $1{,}25 \times 48$; $0{,}06 \times 1\,000$ ... voir même $0{,}625 \times 96$ à partir de $1{,}25 \times 48$

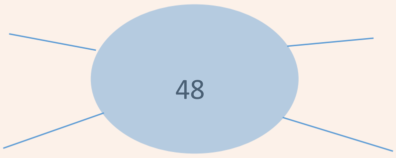


<u>Remarque d'une élève :</u> « $0{,}625 \times 96$ ne peut pas être égal à 60 c'est trop petit ! »

La décomposition de 60 nous amène à travailler les diviseurs et à remédier à de fausses représentations, comme le fait de croire que « multiplier agrandit ». On recommence avec 48.

Nouvelle consigne :

Décomposer 48 en produits de deux facteurs. Les facteurs doivent être entiers ! Calculatrice interdite !

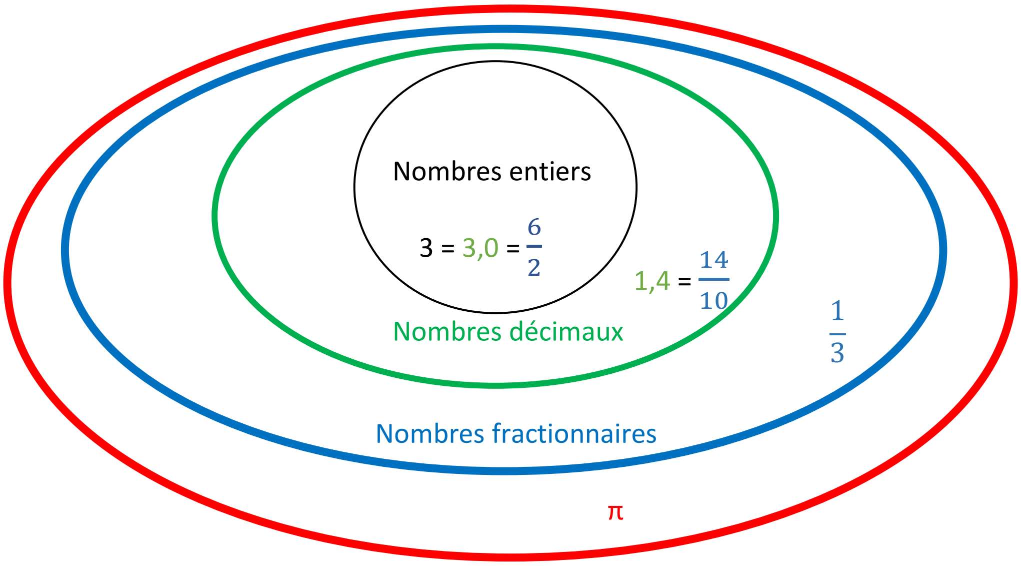


À l'oral : travail autour des ensembles de nombres (nature d'un nombre)

Ce schéma est à destination des enseignants mais n'a pas vocation à être construit avec les élèves.

On pourra simplement leur demander de donner des exemples des différents types de nombres.

On insistera sur le fait que tout nombre entier est un nombre décimal (3 = 3,0) mais que tout nombre décimal n'est pas nécessairement un nombre entier (5,8 n'est pas un nombre entier). Cela permet de renforcer la connaissance des nombres et d'éviter la scission entre partie entière et partie décimale dans le tableau de numération.



2$^{\text{ème}}$ différenciation

Certains trouvent rapidement $48 = 24 \times 2$; $48 = 3 \times 16$

On complète la consigne pour ceux qui ont fini : « Trouver toutes les possibilités ! Comment être certain de les avoir toutes ? »

Méthodologie : Au niveau de la correction, on écrit les décompositions « dans l'ordre ».

$48 = 1 \times 48$

$48 = 2 \times 24$

$48 = 3 \times 16$

$48 = 4 \times 12$

$48 = 5\ \times ?$ NON problème de divisibilité ?

Comment reconnaître qu'un nombre est divisible par 5 ?

$48 = 6 \times 8$

$48 = 7 \times .....$ NON Problème de divisibilité

$48 = 8 \times 6$ **commutativité de la multiplication**

Pour les plus forts : faire ressentir que la commutativité de la multiplication fournit le critère d'arrêt.

Renforcement

- On peut proposer des exercices du type : « Les nombres suivants sont-ils divisibles par … ? »
Bilan : établir les critères de divisibilité par 2, 5 et 10 (CM1), 3 et 9 (CM2).

- On peut aussi proposer de calculer des produits comme ci-dessous en utilisant des décompositions multiplicatives.
Il est possible que certains élèves dans la classe n'aient pas automatisé les tables de multiplication et que d'autres en aient une parfaite maîtrise.
L'activité ci-dessous permet à la fois, dans la classe, de reconstruire les tables pour les plus en difficultés afin de les automatiser et de travailler des calculs mentaux experts pour les autres.
Le premier exemple permet au professeur d'institutionnaliser la méthode pour le collectif classe.

Exemple : $7\times12=7\times3\times4=7\times3\times2\times2$
Effectue les calculs de ton choix, en utilisant la méthode de l'exemple.

Débutant	Expert
7×8	14×8
6×7	18×7
9×7	9×14
8×9	9×16
6×9	18×18

Le niveau **Débutant** permet de travailler la consolidation des apprentissages des tables de multiplication en permettant une reconstruction. Cependant le professeur laissera l'élève choisir son niveau d'expertise.

Correction :

Débutant	Expert
7×8 = $7\times4\times2=28\times2=56$ $(30\times2-2\times2=60-4)$	$14\times8=2\times7\times8=2\times56=112$
$6\times7=2\times3\times7=2\times21=42$	$18\times7=3\times6\times7=3\times42=126$
$9\times7=3\times3\times7=3\times21=63$	$9\times14=9\times7\times2=63\times2=126$
$8\times9=2\times4\times9=2\times4\times3\times3=72$	$16\times9=2\times8\times9=4\times4\times9$
$6\times9=2\times3\times3\times3=54$	$18\times18=3\times6\times9\times2=324$

3) **Étape 3 :** travail de la technique dans la durée (voir p 34).

Cela dépend des connaissances stabilisées des élèves !

Présentation des logos utilisés

Calcul réfléchi

Activités orales

Séries de calcul mental – routines

Activités mentales chronométrées

Top chrono

Les informations et remarques destinées aux enseignants sont écrites en bleu et les corrections en vert.

Déroulement de la séquence

Il s'agit à chaque fois de calculer des produits en utilisant la distributivité simple.
Nous prenons appui pour construire la technique de calcul sur des registres différents.

Palier 1 : Registres figurés.

Palier 2 : Registres des aires et des tableaux. Arbres de calculs

Palier 3 : Registre du calcul en ligne.

Prérequis :

- Décomposition additive des nombres entiers, en particulier la décomposition à la dizaine inférieure par addition et à la dizaine supérieure par soustraction
- Multiplication par des multiples de 10, 100, 1000

Référence aux programmes du Bulletin officiel n° 30 du 26 juillet 2018

Le calcul mental ou en ligne, le calcul posé et le calcul instrumenté sont à construire en interaction. Ainsi, le calcul mental est mobilisé dans le calcul posé et il peut être utilisé pour fournir un ordre de grandeur avant un calcul instrumenté. Réciproquement, le calcul instrumenté peut permettre de vérifier un résultat obtenu par le calcul mental ou par le calcul posé. Le calcul, dans toutes ses modalités, contribue à la connaissance des nombres. Ainsi, même si le calcul mental permet de produire des résultats utiles dans différents contextes de la vie quotidienne, son enseignement vise néanmoins prioritairement l'exploration des nombres et des propriétés des opérations. Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances et des nombres en jeu. Pour cela, il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur suffisamment de faits numériques mémorisés et sur des procédures automatisées de calcul élémentaire. De même, si la maîtrise des techniques opératoires écrites permet à l'élève d'obtenir un résultat de calcul, la construction de ces techniques est l'occasion de retravailler les propriétés de la numération et de rencontrer des exemples d'algorithmes complexes.

Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux
Mobiliser les faits numériques mémorisés au cycle 2, notamment les tables de multiplication jusqu'à 9. Connaître les multiples de 25 et de 50, les diviseurs de 100.
Calcul mental ou en ligne Connaître des procédures élémentaires de calcul, notamment : – multiplier ou diviser un nombre décimal par 10, par 100, par 1000 ; – rechercher le complément à l'entier supérieur ; – multiplier par 5, par 25, par 50, par 0,1, par 0,5. Connaître des propriétés de l'addition, de la soustraction et de la multiplication, et notamment – $12 + 199 = 199 + 12$ – $5 \times 21 = 21 \times 5$ – $27{,}9 + 1{,}2 + 0{,}8 = 27{,}9 + 2$ – $3{,}2 \times 25 \times 4 = 3{,}2 \times 100$ – $45 \times 21 = 45 \times 20 + 45$ – $6 \times 18 = 6 \times 20 - 6 \times 2$ – $23 \times 7 + 23 \times 3 = 23 \times 10$. Connaître les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 et 10. Utiliser ces propriétés et procédures pour élaborer et mettre en œuvre des stratégies de calcul. Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant un ordre de grandeur.

Palier 1

Une version pour les élèves est disponible en Annexes.

Le palier 1 correspond aux registres figurés. Il a pour objectif de calculer, par exemple 4×26 en s'appuyant sur des schémas, en décomposant en 4×20 et 4×6.

Évaluation diagnostique des pré-requis

Elle permet d'évaluer la multiplication par des multiples de 10, 100, 1 000….

Calcul posé interdit. Calculatrice interdite.

5 secondes chrono !

a. 3×20 **b.** 40×5 **c.** $1\,000\times9$ **d.** 7×800 **e.** $6\times3\,000$ **f.** 20×3

Question	Ma réponse	Correction
a.		
b.		
c.		
d.		
e.		
f.		

Mon score : …………/6

On attend une démarche du type $3 \times 20 = 3 \times 2$ dizaines = 6 dizaines = 60

Après l'évaluation diagnostique

<table>
<tr><th>Groupe 1 : Remédiation</th><th>Groupe 2 : Approfondissement</th></tr>
<tr><td>
Exemple:

Retour sur la numération et les propriétés de la multiplication (commutativité et associativité)

$30 \times 4 = 3$ dizaines $\times 4 = 12$ dizaines $= 120$
$30 \times 4 = 3 \times 10 \times 4 = 3 \times 4 \times 10 = 12 \times 10 = 120$
Calcule comme sur l'exemple:
300 × 4 = 3 ………………… × 4 = 12 ……………. =…….
300 × 4 = 3 …….. × 4 = 3 × 4 …….
=12 …….. = ……..

Calcule :
90 × 2 = ……………………………………………………
20 × 4 = ……………………………………………………
120 × 2 = ……………………………………………………
6 × 200 = ……………………………………………………
6 × 70 = ……………………………………………………
3 × 500 = ……………………………………………………
60 × 6 = ……………………………………………………
700 × 8 = ……………………………………………………
800 × 5 = ……………………………………………………
40 × 4 = ……………………………………………………
300 × 9 = ……………………………………………………
50 × 3 = ……………………………………………………
</td><td>
Exemple:

$30 \times 40 = 3 \times 10 \times 4 \times 10 = 3{\times}4 \times 10 \times 10$
$= 12 \times 100 = 1\,200$
Calcule comme sur l'exemple:
50 × 30 = 5 × …… × 3 × ……. = 5 × 3 × ….. × ….
= …… × ……. = ……….
60 × 900 = …… × …… × ……. ×…….
= …… ×…… × …. ×….
= …… × ……. = ……….

Calcule :
90 × 200 = ……………………………………………………
230 × 20 = ……………………………………………………
120 × 20 = ……………………………………………………
600 × 200 = ……………………………………………………
3 × 5 000 = ……………………………………………………
220 × 100 = ……………………………………………………
700 × 80 = ……………………………………………………
50 × 30 = ……………………………………………………
110 × 400 = ……………………………………………………
8 000 × 5 = ……………………………………………………
60 × 50 = ……………………………………………………
2 100 × 30 = ……………………………………………………
</td></tr>
</table>

Étape 1 **<u>Calcul réfléchi</u>** *Calcul posé interdit. Calculatrice interdite.*

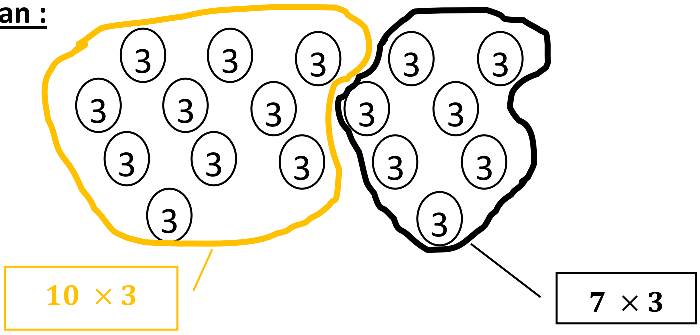
<u>Énoncé :</u>
Alex possède 17 sacs de billes. Chaque sac contient 3 billes. Combien de billes a-t-il en tout ?

La recherche s'effectue dans le cadre prévu à cet effet et doit permettre de faire émerger un maximum de techniques sans l'intervention du professeur. Toutefois si l'élève a besoin de davantage de place pour écrire ses recherches, il est autorisé à utiliser un autre support.

<u>Correction :</u> Le professeur recense les différentes techniques élaborées par les élèves de la classe, justes ou fausses, que le collectif classe, aidé de l'enseignant, validera ou non.

À ce stade, on attend encore des élèves qu'ils schématisent la situation.

<u>Bilan :</u>



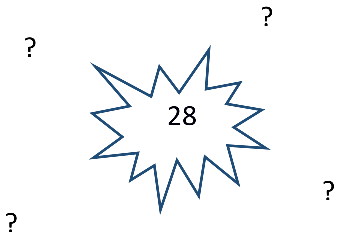
$$30 + 21 = 51$$

Alex a 51 billes en tout.

Pour calculer 17×3
1) on décompose 17 *en* $10 + 7$;
2) on calcule 10×3 *et* 7×3 ;
3) on ajoute les résultats.

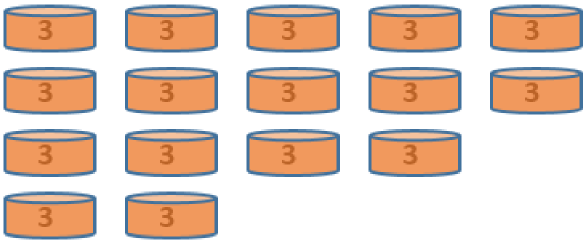
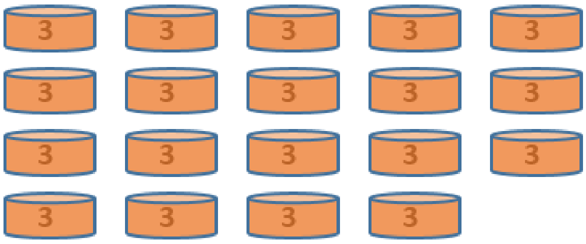
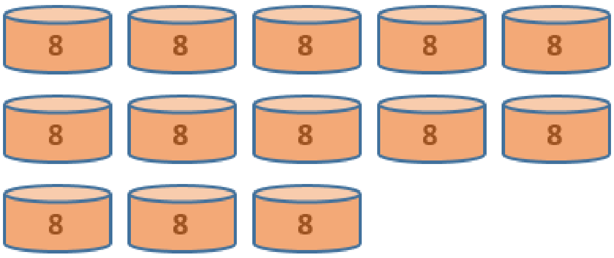
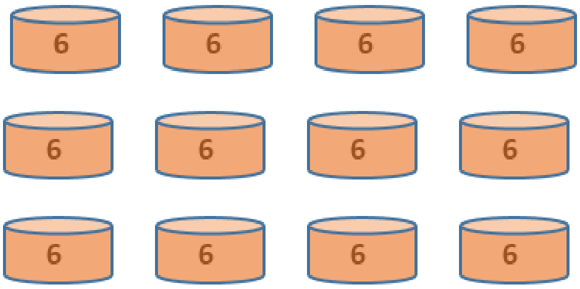
Étape 2 **<u>Échauffement</u>**

Donne plusieurs décompositions de 28 sous la forme d'une addition ou d'une soustraction.



Étape 3 **Séries d'entraînement**

Énoncé : Combien de billes a-t-on dans chaque cas ?

Série 1	**Série 2**
16 boîtes de 3 billes  $16\times3=$	4 boîtes de 15 billes $4\times15=$ ....
19 boîtes de 3 billes  $19\times3=$	7 boîtes de 26 billes $7\times26=$ ....
13 boîtes de 8 billes  $13\times8=$	5 boîtes de 45 billes $5\times45=$ ....
12 boîtes de 6 billes  $12\times6=$	$3\times34=$ ....
16 boîtes de 5 billes $16\times5=$	$4\times26=$ ....

Étape 4 **<u>Problèmes de fin de palier 1 :</u>**

Problème 1	**Problème 2**
Yann a mangé 3 paquets de gâteaux. Chaque paquet contenait 24 gâteaux. Combien de gâteaux a-t-il mangé ?	Yann a mangé 24 paquets de gâteaux. Il mange 3 autres paquets. Combien de paquets de gâteaux a-t-il mangé ?

Pour éviter que l'élève entre dans une routine de multiplication systématique, on prend garde à introduire des problèmes faisant appel au registre additif, tel que le problème 2.

Le problème 1 permet de vérifier l'acquisition de la technique de calcul mental apprise précédemment en situation alors que le problème 2 s'attelle à observer chez l'élève sa procédure du choix de l'opération.

Palier 2

Une version pour les élèves est disponible en Annexes.

Le palier 2 a pour objectif de passer d'une schématisation (discrète) paquet par paquet au registre figuré sous la forme d'une représentation en tableau.

Evaluation diagnostique des pré-requis

Calcul posé interdit. Calculatrice interdite.

5 secondes chrono !

a. 3×20 **b.** 40×5 **c.** $1\,000 \times 9$ **d.** 7×800 **e.** $6 \times 3\,000$ **f.** 20×3

Question	Ma réponse	Correction
a.		
b.		
c.		
d.		
e.		
f.		

Mon score : …………/6

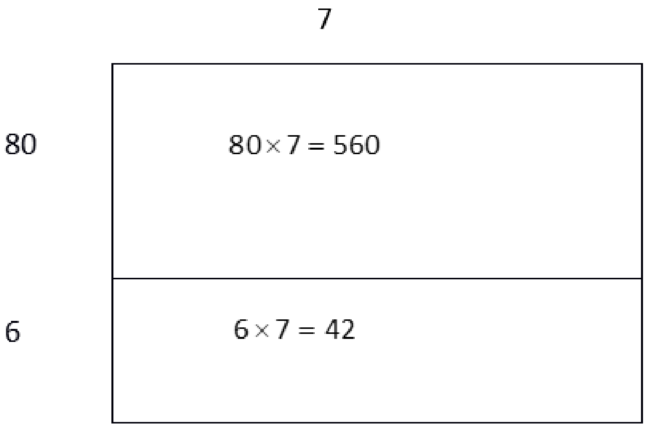
Etape 1 **Calcul réfléchi** *Calcul posé interdit. Calculatrice interdite.*

Enoncé :
Un buraliste reçoit 86 paquets de cartes de foot.
Chaque paquet contient 7 cartes.
Combien y-a-t-il de cartes en tout ?

L'objectif est de passer d'une schématisation (discrète) paquet par paquet au registre figuré sous la forme d'une représentation en tableau.

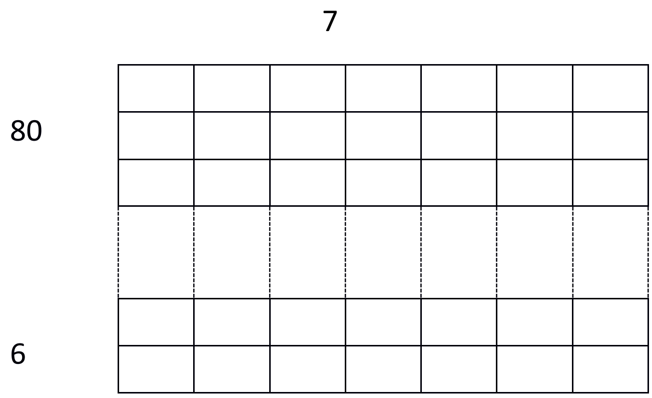
La recherche s'effectue dans le cadre prévu à cet effet et doit permettre de faire émerger un maximum de techniques sans l'intervention du professeur. Toutefois si l'élève a besoin de davantage de place pour écrire ses recherches, il est autorisé à utiliser un autre support.

Bilan



Descriptif :

Représenter les 86 paquets de 7 cartes est très long.
On peut schématiser la situation par disposition rectangulaire :



A partir de ce schéma, l'objectif est d'obtenir un tableau :

	7
80	$80 \times 7 = 560$
6	$6 \times 7 = 42$

Il est nécessaire de multiplier les exercices de représentation sous forme de tableaux avant de passer à la formalisation (palier 3).
Il ne faut pas oublier de faire le lien avec la multiplication : on pose la multiplication 86×7 et on montre aux élèves qu'on met en œuvre la même méthode.

<u>Remarque :</u>

Il existe une autre représentation, celle des arbres.
Cette représentation n'est pas à automatiser car elle risque d'implanter des techniques fausses dans les années à venir, notamment avec les arbres des possibles en probabilités.

86×7

$80 \times 7 \quad + \quad 6 \times 7$

$560 \quad + \quad 42 \quad = \quad 602$

86×7

$90 \times 7 \quad - \quad 4 \times 7$

$630 \quad - \quad 28 \quad = \quad 602$

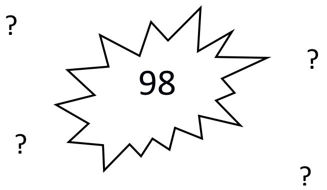
<u>Note :</u>

Nous avons volontairement évité de faire partir les « branches » des chiffres 8 et 6 ou encore des nombres 86 et 7 pour insister sur le fait que c'est le produit 86×7 qui se décompose.

Il est prématuré, à ce stade, de faire apparaître la décomposition de 86×7 en $(80 + 6) \times 7$.
Ce sera l'objet du palier 3.

Etape 2 **<u>Echauffement</u>** : Décompositions additives avec des bulles ($98 = 90 + 8 = 100 - 2$)

Donne plusieurs décompositions de 98 sous la forme d'une addition ou d'une soustraction.



Série d'entrainement :

Calcule mentalement.

53×6	104×7
8×99	37×9
45×3	9×37

Remarque :

En cas d'erreur sur cette série d'entrainement, un retour au schéma (palier 1) permet de revoir le sens de la multiplication.

Etape 3 **Problèmes en fin de palier 2 :**

Problème 1	**Problème 2**
La bordure d'un trottoir se compose de 68 carreaux, 4 carreaux ont déjà été posés. De combien de carreaux a-t-on encore besoin ?	Alex le carreleur doit poser des carreaux dans un couloir. Il a besoin de 8 carreaux sur la largeur et 64 carreaux sur la longueur. De combien de carreaux a-t-il besoin ?

Pour éviter que l'élève entre dans une routine de multiplication systématique, on prend garde à introduire des problèmes faisant appel au registre additif, tel que le problème 2.

Le problème 2 permet de vérifier l'acquisition de la technique de calcul mental apprise précédemment en situation alors que le problème 1 appartient au registre additif.

Palier 3 ($6^{ème}$)

Une version pour les élèves est disponible en Annexes.

Le palier 3 a pour objectif la mise en place de la distributivité de manière formelle.

Evaluations diagnostiques des pré-requis

Il s’agit ici de vérifier si le passage de la connaissance des tables de multiplication (6×4) à la multiplication du type $0,6\times4$ est automatisé : connaissance de la numération (6 dixièmes $\times4$) ou de la division par les puissances de 10.

Remarque :
Le travail sur le produit par 0,5 peut avoir été traité et automatisé préalablement comme la moitié d’un nombre.

Calcul posé interdit. Calculatrice interdite.

5 secondes chrono !

a. $8\times0,5$ **b.** $0,6\times4$ **c.** $0,001\times9$ **d.** $7\times0,08$ **e.** $0,05\times6$ **f.** $0,2\times0,3$

Question	Ma réponse	Correction
a.		
b.		
c.		
d.		
e.		
f.		

Mon score : …………/6

Etape 1 **Calcul réfléchi** *Calcul posé interdit. Calculatrice interdite.*

Enoncé :

Alexia organise un barbecue chez elle. Elle achète 7 kg d'ailes de poulet à 8,60 € le kilogramme. Combien paie-t-elle en tout ?

Dans ce problème, le nombre 8,60 est choisi de telle sorte que l'élève soit amené à décomposer 8,6 comme une somme ou une différence.

La recherche s'effectue dans le cadre prévu à cet effet et doit permettre de faire émerger un maximum de techniques sans l'intervention du professeur. Toutefois si l'élève a besoin de davantage de place pour écrire ses recherches, il est autorisé à utiliser un autre support.

Ce palier pouvant être réalisé en classe de 6^{e}, on pourra, si les priorités opératoires ont été travaillées, ôter les parenthèses autour des multiplications.

Bilan

$$\mathbf{7 \times 8,6 = (7 \times 8) + (7 \times 0,6)}$$

Ou

$$\mathbf{7 \times 8,6 = (7 \times 9) - (7 \times 0,4)}$$

Descriptif :

La présence d'un nombre décimal pour le prix est volontaire dans ce problème afin d'inciter les élèves à passer à un calcul en ligne à la place d'une schématisation.

L'utilisation du calcul en ligne est justifiée à la fois pour une question de gain de temps et pour amener la multiplication avec des décimaux.

Etape 2 **Echauffement :** Décompositions additives avec des bulles ($5,7=5+0,7=6-0,3$)

Donne plusieurs décompositions de 5,7 sous la forme d'une addition ou d'une soustraction.

Séries d'entrainements :

Calcule en ligne mentalement :

Série 1	Série 2	Série 3
$3,4\times3=$	$12,3\times8\ =$	$4\times1,49=$ ....
$34\times3=$	$2,99\times3=$	$8\times2,51=$ ....
$7\times1,8=$	$7\times9,8=$	$12,5\times8=$ ....
$1,2\times7=$	$8,9\times4=$	$2,8\times125\ =$ ....
$3,4\times6=$	$12\times3,5=$	$0,7\times13=$ ....
$3,5\times8=$	$5,07\times3=$	$13\times5,7=$ ....

Etape 3 **Problèmes de fin de palier 3 :**

Problème 1	**Problème 2**
Pour une fête, Fabrice doit préparer un aligot géant. Il a acheté 5,8 kg de pommes de terre et 3 kg de tomme fraîche. Quelle est la masse d'ingrédients achetés ?	Le chef de la cuisine de la cantine a acheté trois boîtes de choucroute garnie. Chaque boîte pèse 5,8 kg. Quelle masse de choucroute a-t-il achetée ?

Problème 3
Pour une fête, Fabrice doit préparer un aligot géant. Il a acheté quatre sacs de 3 kg de pommes de terre et 5,8 kg de tomme fraîche. Quelle est la masse d'ingrédients achetés ?

Le problème 3 permet d'introduire des résolutions à plusieurs étapes ou à calculs enchainés. La difficulté de ce problème est amplifiée en fin de palier.

Travail de la technique dans la durée

Voici différents exercices mobilisant des supports de travail distincts à proposer au quotidien.

N°1 : Le golf

On part de 5. On peut soit ajouter 9 soit enlever 6.
Atteindre 17.

N°2 : Le nombre du jour

Le nombre du jour est	**……………..**
Ajouter 26	
Soustraire 44	
Multiplier par 10	
Diviser par 100	

N°3 : Le furet

Calcul mental **Le jeu du furet n°1**

La bulle rouge n'est pas marquée mais comptée.

1. Compte de 0,1 en 0,1.

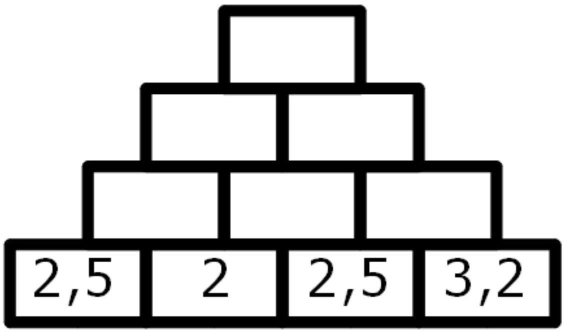
SCORE : ………./10

2. Compte de 0,2 en 0,2.

SCORE : ………./10

N°4 : Les pyramides

Par additions ou par multiplications



Générateur de pyramides http://manu.ledaine.free.fr/Pyramides/

N°5 : Programme de calcul de la semaine

- Choisir un nombre
- Ajouter 11
- Multiplier par 4

Le nombre de départ change chaque jour.

N°6 : Le nombre mystère

On ajoute 3 au nombre mystérieux
On multiplie le résultat par 2
On enlève 4 au résultat
Le résultat final est 18.
Quel est le nombre mystérieux ?

N°7 : Compléter des suites de nombres

			7,1				**7,5**		

7	**14**	**21**							

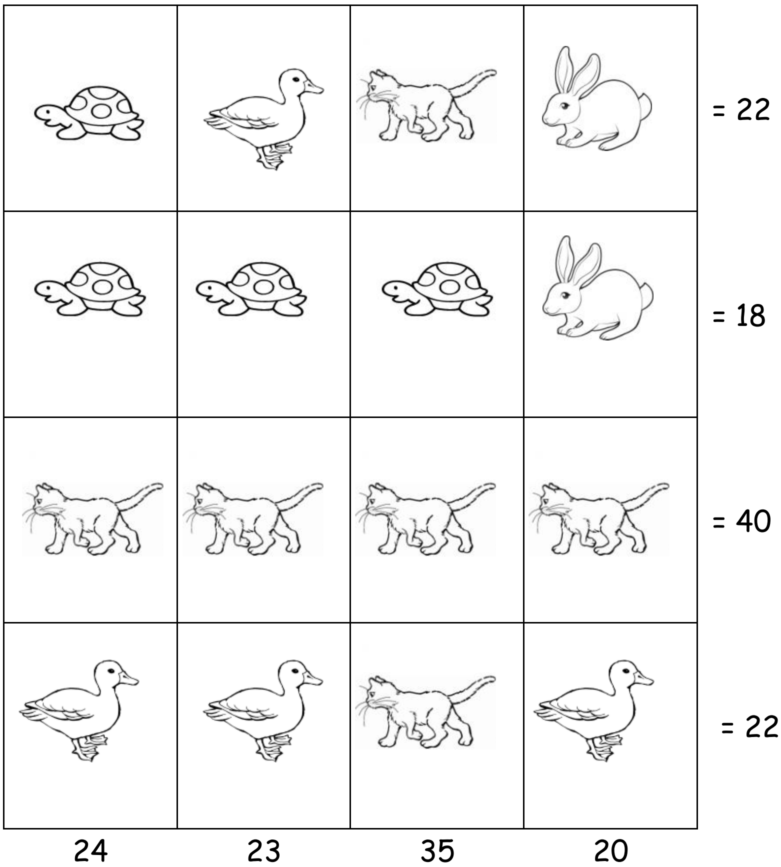
		35	**42**						

4800	**2400**	**1200**					

N°8 : Encadrer des nombres.

…………..<	**90,7**	<…………..
…………..<	**45,6**	<…………..
…………..<	**21,3**	<…………..
…………..<	**72**	<………….

N°9 : Trouver la valeur de chaque animal.



N°10 : Tables de multiplications

Niveau 1

×	3		2	
		18		
			10	
	12			16
		54		36

Niveau 2

×		6		4
	6		33	12
				4
7			77	
	12			

Niveau 3

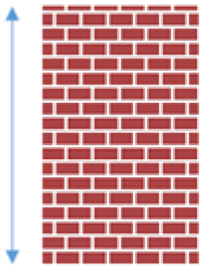
×				
				22
	63	14		
			9	
	45			55

La conception de tables incomplètes par les élèves est pertinente pour travailler les tables de multiplication.

N°11 : Trouver des nombres manquants !

$$\left[\left(? - ?\right) \times ?\right] + ? = 31$$

N°12 : Jeu des briques



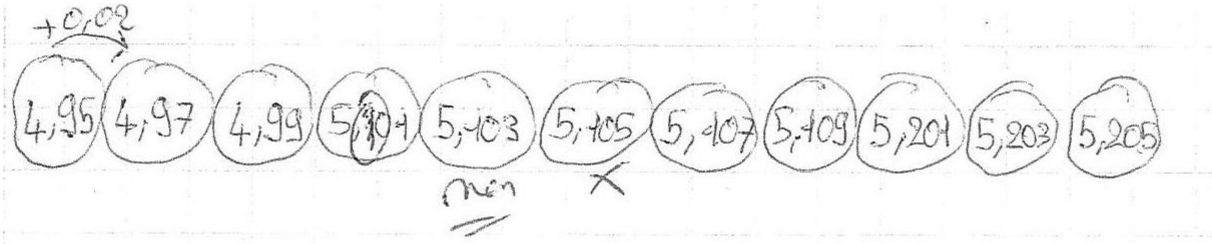
Chaque brique mesure 0,2 m. Le mur mesure 1 m. Combien faut-il de briques ?
Chaque brique mesure 0,3 m. Le mur mesure 2,7 m. Combien faut-il de briques ?
Chaque brique mesure 0,3 m. Le mur mesure 9 m. Combien faut-il de briques ?
Chaque brique mesure 0,25 m. Le mur mesure 2,5 m. Combien faut-il de briques ?

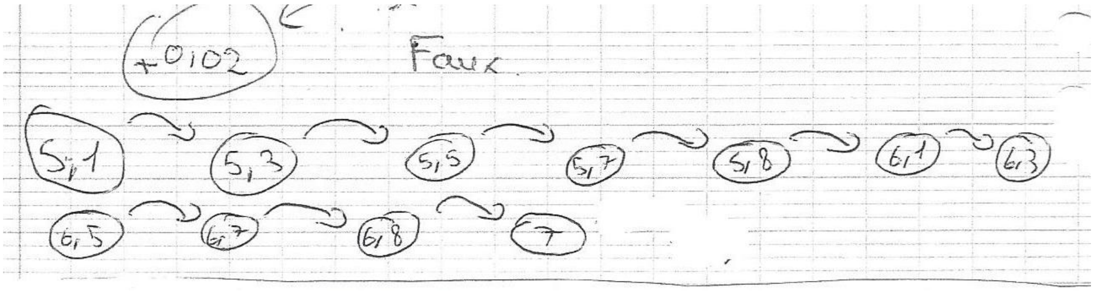
Les stratégies de résolution peuvent être variées :

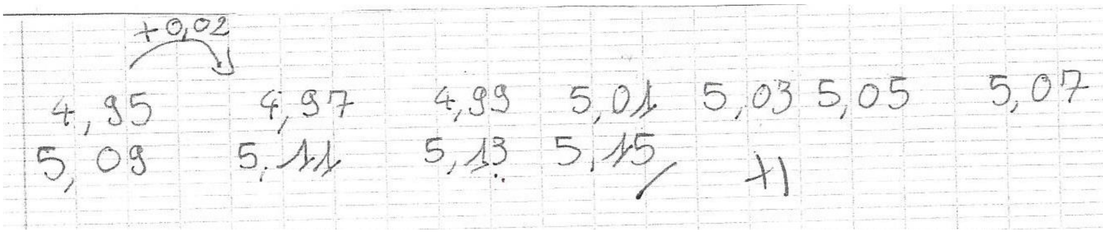
- 0,2 ; 0, 4 ; 0,6 ; 0,8 ; 1. Les élèves comptent de 0,2 en 0,2 jusqu'à 1
- 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 = 1
- $\frac{100}{5} = 20$
- $0{,}2 \times \ldots\ldots = 1$ ou $20 \times \ldots\ldots = 100$

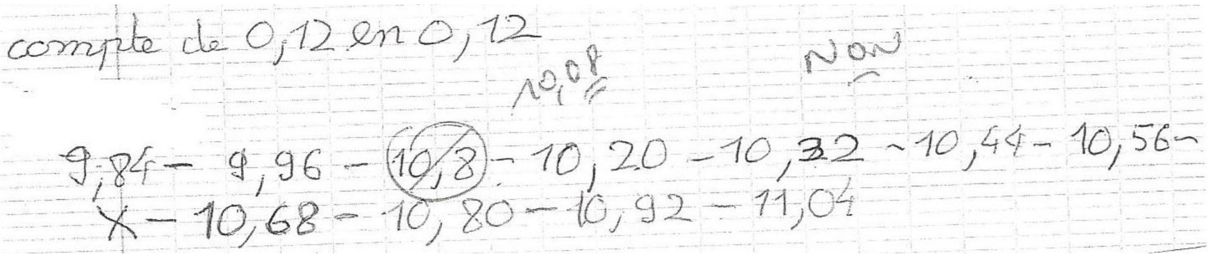
Productions d'élèves

Le jeu du furet

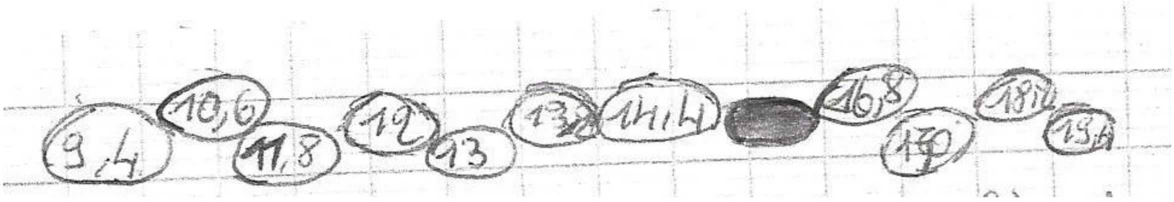


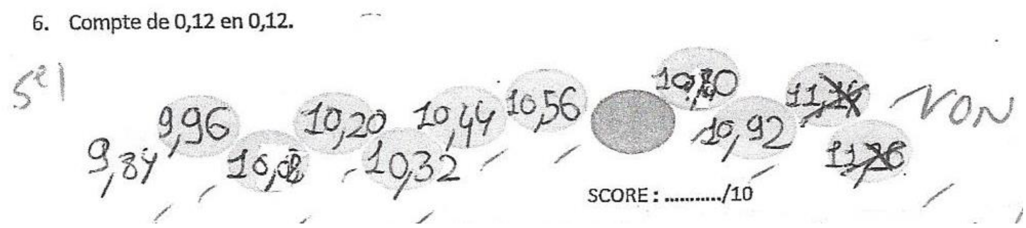




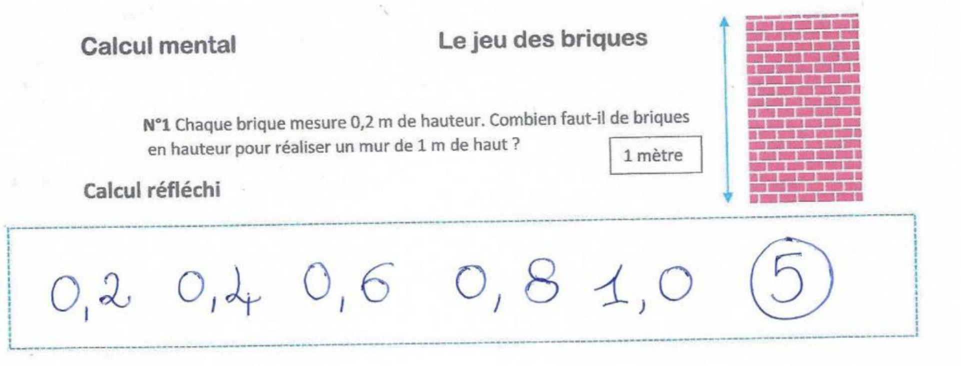


Compte de 0,12 en 0,12





Le jeu des briques



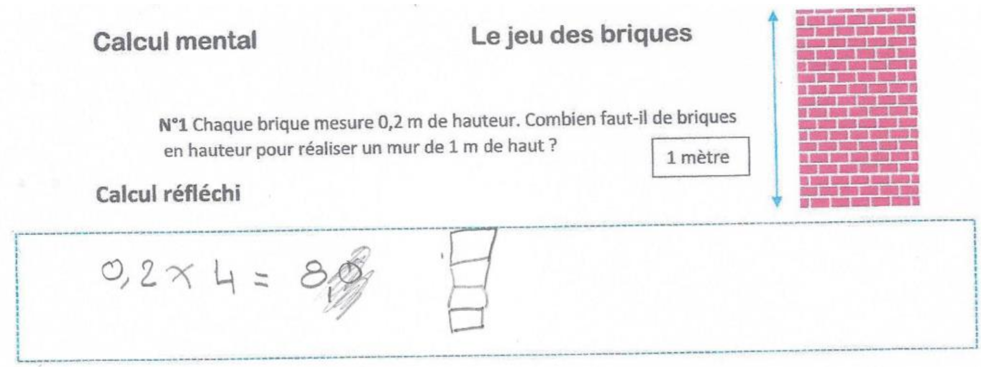
Calcul mental **Le jeu des briques**

N°1 Chaque brique mesure 0,2 m de hauteur. Combien faut-il de briques en hauteur pour réaliser un mur de 1 m de haut ?

1 mètre

Calcul réfléchi

0,2 0,4 0,6 0,8 1,0 5



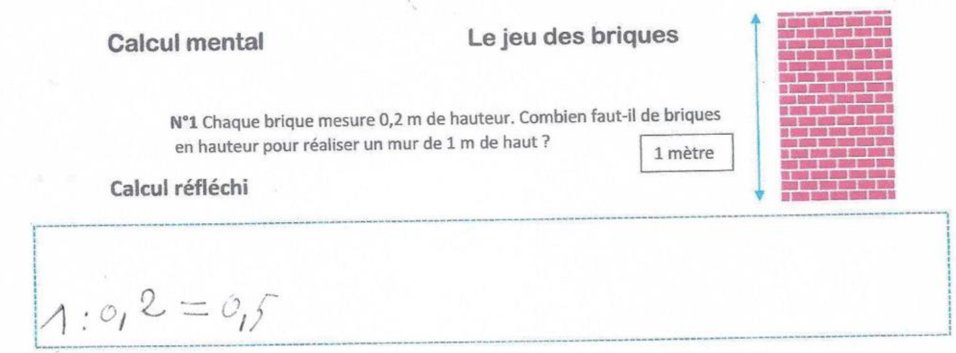
Calcul mental **Le jeu des briques**

N°1 Chaque brique mesure 0,2 m de hauteur. Combien faut-il de briques en hauteur pour réaliser un mur de 1 m de haut ?

1 mètre

Calcul réfléchi

0,2 × 4 = 8,0



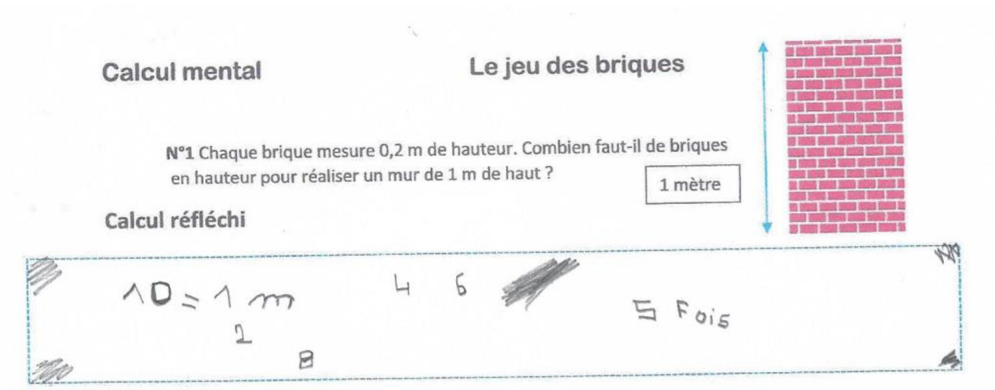
Calcul mental **Le jeu des briques**

N°1 Chaque brique mesure 0,2 m de hauteur. Combien faut-il de briques en hauteur pour réaliser un mur de 1 m de haut ?

1 mètre

Calcul réfléchi

1 : 0,2 = 0,5



Calcul mental **Le jeu des briques**

N°1 Chaque brique mesure 0,2 m de hauteur. Combien faut-il de briques en hauteur pour réaliser un mur de 1 m de haut ?

1 mètre

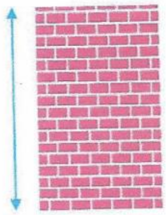
Calcul réfléchi

10 = 1 m 4 6 5 Fois
2
8

Calcul mental **Le jeu des briques**

N°1 Chaque brique mesure 0,2 m de hauteur. Combien faut-il de briques en hauteur pour réaliser un mur de 1 m de haut ?

1 mètre



Calcul réfléchi

0,2+0,2+0,2+0,2+0,2 5

▶6. $\frac{2,7}{0,3} = \frac{27}{03} = 9$

▶7. $\frac{2,5}{0,25} = \frac{25}{25} = 1$

▶8. $\frac{2,7}{0,9} = \frac{27}{09} = 3$

▶9. $\frac{2,1}{0,7} = \frac{21}{07} = 3$

▶10. $\frac{9}{03} = \frac{90}{03} =$

6. Chaque brique mesure 0,3 m. Le mur mesure 2,7 m de haut.

8. Chaque brique mesure **0,9** m. Le mur mesure 2,7 m de haut.

7. Chaque brique mesure 0,25 m. Le mur mesure 2,5 m de haut.

9. Chaque brique mesure 0,7m. Le mur mesure 2,1 m de haut.

10. Chaque brique mesure 0,3 m. Le mur mesure 9 m de haut.

SCORE : ..../10

▶6. 2,7 : 0,3 = 9

▶7. 0,2 5 : 0,5 = 5

▶8. 2,7 : 0,9 = 3

▶9. 2,1 : 0,7 = 3

▶10. 9 : 0,3 = 3

6. Chaque brique mesure 0,3 m. Le mur mesure 2,7 m de haut.

8. Chaque brique mesure **0,9** m. Le mur mesure 2,7 m de haut.

7. Chaque brique mesure 0,25 m. Le mur mesure 2,5 m de haut.

9. Chaque brique mesure 0,7m. Le mur mesure 2,1 m de haut.

10. Chaque brique mesure 0,3 m. Le mur mesure 9 m de haut.

SCORE : ..../10

Calcul mental

Distributivité

Procédure de calcul

Décomposition

multiplicative et additive

Compréhension de La structure des nombres

AUTEURS : Barthélémy Fabrice
Caffe Séverine
Caffe Pierre
Cottin Audrey
Fontaine Mathieu
Guerin Laure
Mazzochi Jacqueline
Vallé Michèle

TITRE : Calculer des produits à l'aide de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

EDITEUR : IREM de Clermont-Ferrand

DATE : Juin 2021

PUBLIC CONCERNÉ : Enseignants de cycle 3 (Primaire et Collège)

MOTS CLÉS : Calcul mental – Cycle 3 – Progressivité Distributivité -

FORMAT A4 : Nombre de pages : 42

UNIVERSITÉ Clermont Auvergne
IREM
Campus Universitaire des Cézeaux – 3 place Vasarely
TSA 60026 – CS 60026 – 63178 Aubière cedex
Tél. : 04 73 40 70 98 – Mail : irem@uca.fr – Site : www.irem.univ-bpclermont.fr