

Une première rencontre avec les fonctions : un TP sur le pendule



Pierre et Jonathan, atelier sur le système métrique.

Marie Pierre Falcy

Collège de Pontgibaud

Equipe PERMES

Juin 2023

Merci à mon collègue de physique, Clément Gourcy, qui m'a aidée à mettre en place ce TP et qui était là lors des premières séances. Merci également à Rémi Thibon, collègue de techno, qui a fabriqué une potence pour le TP, à Pierre et Jonathan qui se sont approprié le TP avec enthousiasme.

Merci enfin à Robert Noirfalise dont l'expérience ainsi que la relecture attentive et bienveillante m'ont beaucoup apporté.

Sommaire

Introduction.....	2
1. Le point de départ.	2
2. Extraits de Programmes : (Bulletin Officiel. 30/07/2020)	5
3. Le pendule simple : présentation.	6
4. Déroulé.....	6
5. Trame du TP (distribuée aux élèves).....	12
6. Déroulement effectif du TP avec mes élèves	16
7. La fin du TP ; ouverture historique.....	20
Conclusion.....	23
Bibliographie/webographie.	24

Introduction

Ce compte rendu d'expérience relate, sous la forme d'une narration, la première rencontre de mes élèves de troisième avec les fonctions par le biais d'un TP sur le pendule simple.

L'idée d'utiliser ce TP est venue de recherches que j'ai effectuées sur l'histoire du système métrique, recherches qui m'ont menées jusqu'à un atelier sur l'origine du mètre, atelier qui m'a menée vers l'utilisation de ce TP pour introduire les fonctions en 3ème.

L'engagement des élèves a été très fort, d'autant plus que les résultats obtenus sont contre-intuitifs...

Ces résultats surprenants, ainsi que l'expérience concrète liée à des mesures, ont conduit les élèves à une meilleure acquisition des notions liées aux fonctions (grandeurs interdépendantes, antécédent, image, tableau de valeur, graphique et expression de la fonction).

1. Le point de départ.

Depuis plusieurs années, l'histoire du système métrique me passionne. J'ai commencé à l'exploiter en classe avec des élèves de 6ème qui devaient chacun faire un exposé sur une unité de mesure, ancienne ou non (par exemple : l'empain, la toise, le stère, le miles, le mètre, etc....). Les élèves devaient expliquer quelle est la grandeur associée à l'unité, quelle est son abréviation, son origine historique, l'étymologie du terme la désignant, quels sont les outils (et métiers) associés, etc.... Le jour de l'exposé, je me suis rendue compte d'une part que le terme « mètre » signifie « mesure » et d'autre part que la plupart des unités ont été inventées (ou précisées) par la commission des poids et mesure créée lors de la révolution Française.

J'ai ensuite effectué des recherches, principalement sur internet, mais aussi avec quelques livres dont un Traité d'arithmétique décimale, édité en 1818 par Jean-François-Gaspard Palaiseau.

L'extrait de texte suivant (histoire-et-civilisations.com) relate les grandes lignes de l'épopée des unités de mesure :

Les passages les plus intéressants pour le TP sont soulignés.

« Alors qu'il sillonnait la France à la veille de la Révolution, l'agronome britannique Arthur Young fut étourdi par l'incroyable diversité des mesures qu'il rencontra sur sa route : « Elles diffèrent non seulement pour chaque province, mais chaque canton, et presque pour chaque ville », déplora-t-il à raison. Car derrière les 800 dénominations existantes se cachaient pas moins de 250 000 valeurs différentes [.....].

Forcés de constater qu'un tel manque d'uniformité favorisait l'arbitraire et entravait la communication et le commerce, les savants du siècle des Lumières ne tardèrent pas à préconiser des réformes consistant à unifier les systèmes de poids et de mesures pour faciliter les échanges commerciaux et scientifiques entre les pays. L'Italien Tito Livio Burattini recommanda par exemple d'adopter une unité correspondant à la longueur du pendule battant la seconde, dépoussiérant ainsi une vieille idée de Galilée. Il rencontra un plus grand succès encore en forgeant pour elle le nom de « mètre ».....Dans la nuit du 4 août 1789, trois semaines après la prise de la Bastille, l'abolition des privilèges supprima également le monopole seigneurial des poids et des mesures, déclenchant ainsi une pluie de propositions citoyennes.... Des concertations s'ensuivirent pour réfléchir au futur système de mesure : ses différentes unités (longueur, surface, poids, etc.) dériveraient toutes d'une même unité de base et procéderaient par puissances de 10. Cette unité de base serait baptisée « mètre ».....Pour fixer l'unité de base de ce nouveau système, l'Assemblée nationale et l'Académie des sciences décidèrent de créer une Commission des poids et des mesures rassemblant quelques-uns des plus grands scientifiques de l'époque, comme le géomètre Gaspard Monge, l'astronome et mathématicien Pierre-Simon de Laplace et le philosophe et mathématicien Condorcet. Mais d'où tirerait-elle ce « mètre » ? Après avoir étudié différentes possibilités, la Commission détermina qu'il correspondrait à la dixmillionième partie de la distance séparant le pôle Nord de l'équateur, qu'elle calculerait en mesurant l'arc de méridien reliant Dunkerque à Barcelone en passant par Paris. Les astronomes Jean-Baptiste Delambre et Pierre Méchain se partageraient la mesure de cette distance, l'un partant de Dunkerque et l'autre de Barcelone. Ils achevèrent leur mission en 1799, et le système métrique décimal fut adopté le 10 décembre de la même année. »

* * * * *

Quelques années plus tard, des ateliers furent mis en place dans notre collège. J'ai proposé un atelier sur le système métrique. La première année les différents élèves faisaient des recherches puis un exposé sur les différentes étapes de l'histoire du mètre (Par exemple et dans le désordre : « les unités avant la révolution » ; « la commission des poids et mesure » ; « l'épopée de Méchain et Delambre » , « la triangulation » ; « les subdivisions du mètre » ; etc). Le résultat était sympathique, donnait un éclairage différent aux mathématiques, mais restait très théorique. La deuxième année quatre élèves se sont présentés. Je les connaissais bien, ces quatre-là n'étaient pas faits pour des recherches théoriques mais bien pour des recherches pratiques. J'ai donc chamboulé mon premier atelier, je leur ai présenté les grandes lignes de l'histoire du mètre jusqu'aux deux hypothèses évoquées pour la définition dudit mètre : "la longueur du pendule battant la seconde" et "le quart du dix-millionième de la longueur du méridien de Paris". Nous avons étudié le pendule simple et la triangulation de façon concrète. Je découvrais comme eux ces manipulations ! Ils se sont engagés avec enthousiasme dans ces expériences, ont produit un travail de qualité (avec en particulier des mesures précises malgré un matériel de fortune), et sont arrivés à produire un superbe graphique mettant en scène une droite passant par l'origine du repère, à savoir la représentation d'une fonction linéaire.

J'ai donc, dans la foulée, réutilisé ce TP sur le pendule simple pour organiser une première rencontre avec la notion de fonction et les fonctions linéaires avec mes 3ème.

2. Extraits de Programmes : (Bulletin Officiel. 30/07/2020)

Mathématiques, programme du cycle 4 (introduction) : La diversité des registres de représentation (symbolique, graphique, numérique) et le passage des uns aux autres sont particulièrement efficaces pour l'apprentissage de la notion de fonction.... Pour certains élèves, l'accès à l'abstraction ne peut se faire que s'il est précédé par deux phases intermédiaires : celle de la manipulation, puis celle de la verbalisation (mise en mots) ou de la représentation (mise en images).

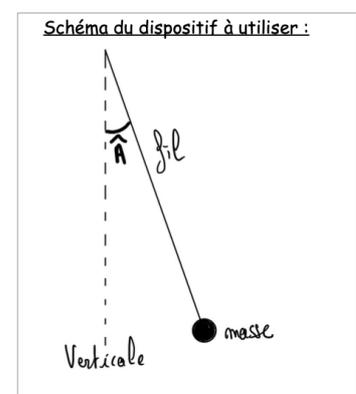
Mathématiques, programme du cycle 4 : comprendre et utiliser la notion de fonction, dépendance d'une grandeur mesurable en fonction d'une autre.

- Notion d'incertitude et de hasard (introduction de la partie "Fonctions").
- Notion de variable mathématique.
- Notion de fonction, d'antécédent et d'image.
- Notations $f(x)$ et $x f(x)$.
- Cas particulier d'une fonction linéaire, d'une fonction affine.

Toutes ces notions du programme (à l'exception des fonctions affines - nous obtenons une fonction linéaire) sont travaillées de façon concrète dans (ou à l'issue de) ce TP.

3. Le pendule simple : présentation.

Le pendule simple est concrètement un pendule (!), c'est à dire un objet suspendu au bout d'un fil, l'autre extrémité du fil étant attachée à un support fixe. Au repos, le fil est vertical. Le manipulateur écarte l'objet d'un certain angle (par rapport à la verticale) puis le lâche, le mouvement obtenu est un balancement. La formulation « pendule simple » correspond en fait à une « étude simple du pendule ». Les seuls paramètres pris en compte sont la longueur du fil, la masse suspendue et l'angle de départ (par rapport à la verticale). Il y a d'autres paramètres comme l'accélération de la pesanteur (g) et les forces de frottement dues à l'atmosphère.



4. Déroulé.

Première séance (environ 30 minutes) : j'explique le principe du TP, le but recherché pour le cours de mathématiques (notion de fonction, fonctions). Réflexion collective sur le pendule, sur les paramètres à étudier.

J'ai choisi de ne pas leur parler à ce stade du lien avec la définition du mètre. Je l'ai fait plus loin, après le TP.

Cette première séance peut, d'une classe à l'autre, se dérouler de façons très différentes. Si les élèves sont réactifs et posent des questions, je pense que le mieux est de suivre le mouvement, en faisant à la fin un bilan.

Matériel pour cette première séance : un pendule fabriqué avec une ficelle (50 cm environ) et un boulon (masse 50 g environ). Je le tiens à la main et montre le mouvement du pendule aux élèves, cela suffit pour commencer, et réfléchir à la façon de l'étudier.

J'ai orchestré cette séance avec des questions :

Question (prof) : de quoi est constitué un pendule ?

Les élèves décrivent l'objet (qu'ils ont devant les yeux) : fil, objet accroché.

Il y a ici un point délicat car ils citent en vrac (et mélangent) les éléments constituant le pendule et son mouvement (masse accrochée, longueur du fil, angle de départ) et ce que l'on peut mesurer (le temps d'un « battement ») ou éventuellement calculer (la vitesse). Il faut donc prendre du temps ici pour deux "débroussaillages" successifs :

Le premier entre d'une part les paramètres du pendule, à savoir longueur, masse et angle et d'autre part ce qui peut être mesuré ou calculé (pour l'instant mis sur le même plan).

Une fois les paramètres identifiés (angle, masse et longueur), nous réfléchissons sur ce que nous allons mesurer (et à ce moment-là la distinction sera faite entre mesure et calcul).

Question (prof) : à quoi sert un pendule ?

Là, j'ai eu droit à diverses réponses : "chercher de l'eau" ; "donner l'heure" (pour ceux qui pensent à la pendule de grand-maman et ses balanciers) ; "faire des expériences"...

Je mets le pendule en mouvement devant eux, ce sera le point de départ...

Question (prof) : quel est le mouvement du pendule ?

Les élèves décrivent le mouvement : arc de cercle, balancement. Certains disent : une ligne droite...

Ici, on peut tout de suite mettre en évidence un premier paramètre (l'angle de départ) simplement en mettant en mouvement le pendule plusieurs fois de suite avec des angles de départ très différents.

Les élèves constatent que l'arc de cercle est plus ou moins grand, et font vite le lien avec l'angle imposé au départ par le manipulateur, ou la manipulatrice.

Question (prof) : Qu'est-ce qui (hormis l'angle) peut influencer le mouvement ?

Là, ils ont plein d'idées, plus ou moins recevables. Parmi lesquelles « le vent », « la température ».

J'écoute toutes les hypothèses formulées. Nous serons dans une salle, donc le vent n'aura pas d'influence, ni la température (stable sur la durée de l'expérience). L'hypothèse de la température n'est pas forcément négligeable car cela peut modifier la longueur du fil (selon sa nature, un fil métallique par exemple pourra s'étirer).

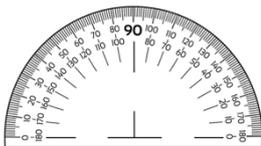
La masse de l'objet accroché est venu en deuxième (après l'angle évoqué plus tôt). Les élèves ont aussi évoqué la forme. Qui a une influence certaine, en raison des forces de frottement. Ils arrivent à la conclusion que pour une masse de 1 kg, il vaut mieux choisir le "poids" de 1 kg servant pour la balance plutôt qu'un oreiller de même masse¹...

¹ J'ai pensé utiliser une canette vide... au départ, puis à demi-pleine, puis pleine, ce qui permet d'avoir un objet de même forme mais de masse variable. Mais il est compliqué d'utiliser de l'eau (le robinet se trouve loin de la salle d'une part, et d'autre part l'égalité "collégiens + eau = catastrophe" est toujours vérifiée...).

J'ai donc utilisé un poids d'une balance (100 g) et deux gros boulons (de 30g et 51g environ). Je n'avais pas sous la main les autres poids de la balance, et par ailleurs cela oblige les élèves à peser les boulons. Le paramètre « masse » est plus marquant pour eux s'ils ont fait la mesure.

Pour le dernier paramètre, la longueur du fil, il a fallu que je les aide un peu, tout simplement en mettant en mouvement le pendule une première fois, puis une deuxième en raccourcissant (ou allongeant...) le fil. Par contre, une fois qu'ils y ont pensé, ce paramètre leur paraît évident, d'autant plus que la différence est très visible, le battement étant plus rapide avec un fil plus court. Je ne m'étends pas là-dessus pour l'instant. L'heure est à la recherche des paramètres !!

Nous voici donc en possession des trois paramètres :



Angle de départ



Masse de l'objet



Longueur du fil

...que nous allons faire varier pour étudier notre pendule. Mais étudier... comment ?

Question (prof) : qu'allons-nous mesurer ?

Ici, la première réponse que j'ai obtenue c'est : la vitesse.

Donc, nouvelle question de ma part : avec quoi ? Montrez moi !

Certains me disent : "Avec un chronomètre". Ils confondent durée et vitesse !

Ils finissent par convenir que nous n'avons pas (au collège en tous cas) les moyens techniques pour mesurer la vitesse.

Mais cela m'a permis de leur faire comprendre que nous allons mesurer la durée, puis (éventuellement) calculer la vitesse ensuite.

Autre piste pour les amener à faire la différence (entre mesurer et calculer) : réfléchir à ce que nous pouvons mesurer lorsque le pendule est en mouvement. Cette précision permet aussi

d'éliminer les paramètres (angle, longueur et masse), que l'on ne peut pas mesurer lorsque le pendule bouge ! Je mets le pendule en mouvement devant eux, et obtient alors la réponse attendue : le temps.

Nous allons donc mesurer le temps ! Vaste programme... Petite rectification de vocabulaire ici : nous n'allons pas mesurer le temps mais le passage du temps, autrement dit une durée.

Question suivante (prof) : mesurer la durée entre quoi et quoi ?

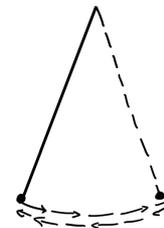
Première réponse obtenue : la durée « entre la gauche et la droite », c'est à dire entre deux moments (consécutifs) où le pendule change de direction.

A ce moment là, il faut leur expliquer la notion de période, qu'ils connaissent pour l'avoir utilisée en physique (courant alternatif). La période est le temps écoulé entre deux positions identiques du phénomène étudié. Donc, pour nous, un aller-retour.

Nous voici donc en possession des trois paramètres ET de l'élément mesuré :



La durée d'un aller-retour.



Question suivante (facultative, je ne l'ai personnellement pas discutée avec les élèves) :

comment allons-nous mettre en œuvre ce TP ? Le matériel nécessaire étant : une potence et un étau (pour fixer la potence à la table), un fil (2 mètres environ), un mètre ruban ou en bois (la traditionnelle règle en bois jaune va bien), des objets denses (un poids de 100g, deux boulons d'environ 50g et 30g), un rapporteur (grand et de préférence de 360°), un chronomètre (nous avons utilisé un téléphone, le règlement intérieur de l'établissement l'autorise pour un usage pédagogique).

A ce stade là, pour les élèves, tout est mis en place. Nous allons mesurer la durée d'un aller-retour du pendule en faisant varier trois paramètres (angle de départ, masse accrochée et longueur du fil). Après leur avoir posé la question : il est évident pour eux qu'*il faut faire varier un seul paramètre à la fois.*

Question suivante : Réflexion sur la précision de la mesure, sur l'incertitude relative.

J'amorce la réflexion sur la précision de la mesure. Je leur demande à combien ils estiment la précision de la durée mesurée. Ce qui nécessite d'abord de réfléchir aux causes de l'imprécision. Nous convenons d'être le plus précis possible dans la manipulation, mais il y a un paramètre incontournable qui est le temps de réaction (ils connaissent cette notion étudiée pour l'ASSR (Attestation Scolaire de Sécurité Routière) : le temps de réaction du conducteur qui doit freiner est de 1 à 2 secondes). L'imprécision vient ici (entre autres, mais nous n'irons pas chercher plus loin) de la personne qui déclenche puis stoppe le chronomètre...

Ils me disent que ce temps de réaction est d'environ une seconde, et nous avons estimé rapidement à deux secondes environ le temps d'un aller-retour du pendule. L'imprécision est donc très forte par rapport à la durée mesurée.

Question suivante : Que peut-on faire pour diminuer l'impact dû au temps de réaction ?

Les élèves évoquent la possibilité que la même personne déclenche et stoppe le chronomètre, ce qui est difficile (avec le matériel dont nous disposons) puisque :

Le manipulateur numéro un (Pierre), tient le rapporteur dans la main gauche et l'objet suspendu dans la main droite. Pierre ajuste l'angle de départ (il se tient devant le rapporteur) et décide le départ du mouvement en lâchant l'objet. Il donne le top départ du chronomètre au manipulateur numéro deux (Jonathan). Jonathan surveille le mouvement et arrête le chronomètre lorsque l'aller retour est effectué.

Il y a donc une première imprécision due au temps de réaction.

De plus, c'est Pierre qui commande le déclenchement du chronomètre et Jonathan qui commande l'arrêt dudit chronomètre. Déclenchement et arrêt ne sont donc pas commandés par le même regard, ce qui augmente l'imprécision.

Pierre n'ayant pas trois mains, il ne peut pas déclencher le chronomètre !

L'idée de mesurer 10 allers-retours ne leur est pas venue, j'ai dû la leur suggérer. Par contre ici ils comprennent très vite l'intérêt de cette manœuvre, puisque l'incertitude reste d'environ une seconde pour une mesure d'une vingtaine de secondes.

Ces précisions sont très intéressantes car elles permettent d'évoquer la notion d'incertitude relative. Une incertitude d'une seconde sur une mesure de deux secondes c'est beaucoup trop mais une incertitude d'une seconde sur une mesure de 20 secondes cela devient tolérable.

Certains suggèrent de compter plus d'aller-retours (une quarantaine). Là, je me suis rendue compte qu'il n'est pas évident pour eux que le mouvement faiblit progressivement.... Nous n'avons pas encore inventé le mouvement perpétuel !!

Deuxième et troisième séances : Le TP. Toutes les mesures ont été faites en 50 minutes.

L'exploitation des résultats a été faite lors d'une troisième séance.

Les mesures seront plus précises si ce sont toujours les mêmes élèves qui les font (car chacun a sa façon d'être...). Mais je trouve dommage de ne pas faire manipuler ceux qui le veulent.

J'ai eu 5 volontaires, donc deux équipes de 3.

Les mesures (de durée de 10 périodes) faites lors de l'atelier sur le système métrique, par la même équipe de 3 élèves, étaient effectivement plus précises.

5. Trame du TP (distribuée aux élèves).

I- Objectifs

- Mesurer la période T d'un pendule simple, en fonction des différents paramètres mesurables (longueur du fil, masse du pendule, angle de départ entre le fil et la verticale). L'objectif final étant de déterminer l'influence des différents paramètres sur cette période.

- Matériel à prévoir : ficelle de 1,5m, différentes masses à suspendre, une potence, un étau, un rapporteur, une règle, un chronomètre (smartphone).

II- Réalisation d'un pendule simple

1)- Le pendule simple : Un pendule simple est constitué d'une petite boule suspendue à un fil inextensible fixé à un support.

- La longueur du fil doit être grande devant le rayon (les dimensions) de la boule (de l'objet suspendu) : au moins supérieure à 10 fois le rayon/les dimensions.

2)- Un phénomène périodique

- Un phénomène périodique est un phénomène qui se reproduit identique à lui-même à intervalles de temps réguliers.

- La période T d'un tel phénomène est la durée en seconde(s) au bout de laquelle le phénomène se reproduit identique à lui-même. Pour le pendule simple, la période T est la durée d'une oscillation (un aller-retour).

3)- Réalisation du pendule

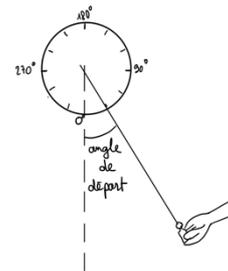
- Choisir un boulon ou objet à suspendre, et mesurer sa masse m .

- Prendre une ficelle de 1,5m et régler la longueur du fil sur environ 70 cm dans un premier temps

- Accrocher l'ensemble à un support.

4)- Mesure de la période : comme il y a trois paramètres à étudier, cette période va être mesurée en faisant varier tout à tour un seul des trois paramètres.

Par ailleurs, cette période sera mesurée pour 10 oscillations (et notée alors $10T$), puis divisée par 10 (pour des raisons évidentes de précision).



III- Influence de l'angle de départ.

Mode opératoire, à renouveler avec différentes valeurs d'angles (noter les résultats dans le tableau donné) : écarter l'objet et le fil tendu de façon à ce que l'angle entre le fil et la verticale (mesuré à l'aide du rapporteur) soit le plus précis possible.

- Lâcher l'objet en déclenchant le chronomètre et compter 10 oscillations. Arrêter alors le chronomètre.

Angle de départ (en degrés)	10°	5°	15°	20°	60°
Durée de 10 oscillations : 10T (s)					
Période : T (s)					

Conclusion :

.....

IV- Influence de la longueur du fil. - Faire varier la longueur du fil du pendule plusieurs fois et mesurer la valeur 10T de 10 oscillations, et déterminer la période T pour chacune des longueurs du fil. Complète le tableau de résultats ci-dessous :

Longueur du fil (en mètres)	Environ 0,5 m	Environ 0,6 m	Environ 0,9 m	Environ 1,2 m	Environ 1,3 m
	Valeur précise :				
Durée de 10 oscillations : 10T (s)					
Période : T (s)					

Conclusion :

.....

V- Influence de la masse.

- Choisis une longueur de fil, et refais la même expérience en remplaçant la masse de départ par une autre masse, de valeur $m = \dots\dots\dots$ g. Mesurer la valeur 10T de 10 oscillations, et

déterminer la période T avec celle nouvelle masse.

Conclusion :

.....

VI- Exploitation des résultats. La période d'un pendule simple dépend donc de :

.....

- Compléter le tableau ci-dessous :

Longueur du fil (en mètres)					
Période au carré : $T^2(s^2)$					

- Sur du papier millimétré, tracer la courbe donnant les variations de T^2 en fonction de la longueur du fil. On prendra en abscisse 1 cm pour 0,1 m (longueur du fil) et en ordonnée 1 cm pour $1 s^2$ (période au carré).

Que peut-on constater ?

.....

.....

Détermination de la valeur de la période T du pendule pour obtenir une longueur de 1m

A l'aide de la courbe obtenue précédemment, détermine quelle est la valeur de la période d'oscillation T pour être sûr que la longueur du fil, sans effectuer de mesure de longueur, soit de 1m :

6. Déroulement effectif du TP avec mes élèves

Le matériel que nous avons utilisé :

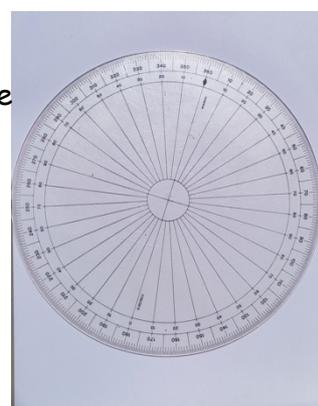


Une potence
fabriquée par
Rémi...

Une ficelle (1,5 m
environ).

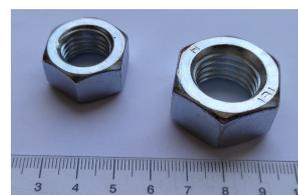


Un rapporteur circulaire
transparent de 20 cm
(diamètre).



Des poids de balance
traditionnels

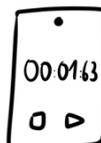
Deux boulons



Un étau



Un chronomètre
(téléphone)



Voici les tableaux de valeurs et le graphique obtenus :

Influence de l'angle de départ.

Les élèves choisissent ici une longueur de fil intermédiaire (nous avons pris 0,6 m, le fil ne touche pas la table !) et une masse moyenne également (51 g pour nous) et l'écrivent à côté du tableau.

III- Influence de l'angle de départ.

1)- Mode opératoire, à renouveler avec différentes valeurs d'angles (noter les résultats dans le tableau donné) : Écarter l'objet et le fil tendu de façon à ce que l'angle \hat{A} entre le fil et la verticale (mesuré à l'aide du rapporteur) soit d'le plus précis possible. *Nous choisissons une longueur de 50 cm et une masse de 51g (boulon).*

- Lâcher l'objet en déclenchant le chronomètre et compter 10 oscillations. Arrêter alors le chronomètre.

Angle de départ : \hat{A} (en degrés)	10°	5°	15°	20°	60°
Durée de 10 oscillations : 10T (s)	15,15	14,16	14,46	15,21	15,29
Période : T (s)	1,52	1,42	1,45	1,55	1,53

Il est important ici que le fil soit tendu sans tirer trop pour ne pas déformer la potence. Il faut également penser à éviter que le pendule ne tape dans la table sur laquelle la potence est fixée, ce qui peut arriver pour une grande longueur de fil. Par contre, les élèves étaient ennuyés que le mouvement du fil ne soit pas dans un plan parallèle au bord de la table, alors que cela n'a pas d'importance.

Les valeurs d'angle proposées sont à titre indicatif (l'angle n'a pas d'influence sur la période), sachant qu'un angle trop petit rendra les mesures difficiles (ce qui est le cas de l'angle de 5°) et qu'un angle trop grand (ce qui est le cas de l'angle de 60°) ne convient pas (la vitesse du pendule est plus importante, donc les frottements aussi, et l'amplitude diminue vite sur les premières oscillations).

Nous arrivons à la conclusion que l'angle de départ n'a pas d'influence sur la période. Si l'angle est petit, le pendule se déplace moins vite que si l'angle est plus grand, mais la durée d'un aller-retour est la même. Cette vitesse différente est très visible lorsque le pendule est en mouvement : l'objet se déplace à petite vitesse si l'angle est petit et à grande vitesse si l'angle est grand, mais la durée du «trajet» est la même.

Influence de la longueur du fil.

Pour cette partie, nous avons essayé de nouer le fil de façon à obtenir des longueurs que j'avais déjà écrites dans le tableau, mais c'est compliqué. Il est plus facile de nouer le fil de façon à avoir environ 0,5 mètre, puis de mesurer ensuite cette longueur précisément. Les élèves ont donc modifié les longueurs préparées dans le tableau. Il faut simplement éviter la longueur de 1 mètre, pour pouvoir ensuite déterminer graphiquement (seulement) la longueur du pendule battant la seconde.

Les élèves choisissent ici un angle de départ moyen (nous avons pris 30°) et une masse moyenne également (51 g pour nous) et l'écrivent à côté du tableau.

IV- Influence de la longueur du fil.
angle: 30° ; masse: 51 g.
- Faire varier la longueur du fil du pendule plusieurs fois et mesurer la valeur 10T de 10 oscillations, et déterminer la période T pour chacune des longueurs du fil. Complète le tableau de résultats ci-dessous :

Longueur du pendule : l (m)	0,51	0,59 0,6	0,92	1,2	1,53
Durée de 10 oscillations : 10T (s)	15,15	15,93	19,32	22,14	23,10
Période : T (s)	1,52	1,6	1,93	2,21	2,31

Nous arrivons à la conclusion que la longueur du fil a une influence sur la période.

Influence de la masse.

Les élèves choisissent ici un angle de départ moyen (nous avons pris 30°) et une longueur de fil intermédiaire (0,6 m encore) et l'écrivent à côté du tableau.

V- Influence de la masse.
angle: 30° ; fil: 0,6 m.
- Choisis une longueur de fil, et refais la même expérience en remplaçant la masse de départ par une autre masse, de valeur $m = \dots\dots\dots$ g. Mesurer la valeur 10T de 10 oscillations, et déterminer la période T avec cette nouvelle masse.

Masse de 26,5 g (petit boulon):	15,91 s
Masse de 100g (gras boulon):	15,8 s

V- Exploitation des résultats. La masse n'a pas d'influence sur la période.

Nous arrivons à la conclusion que la masse de l'objet suspendu n'a pas d'influence sur la période.

Exploitation des résultats. La période d'un pendule simple dépend donc de :

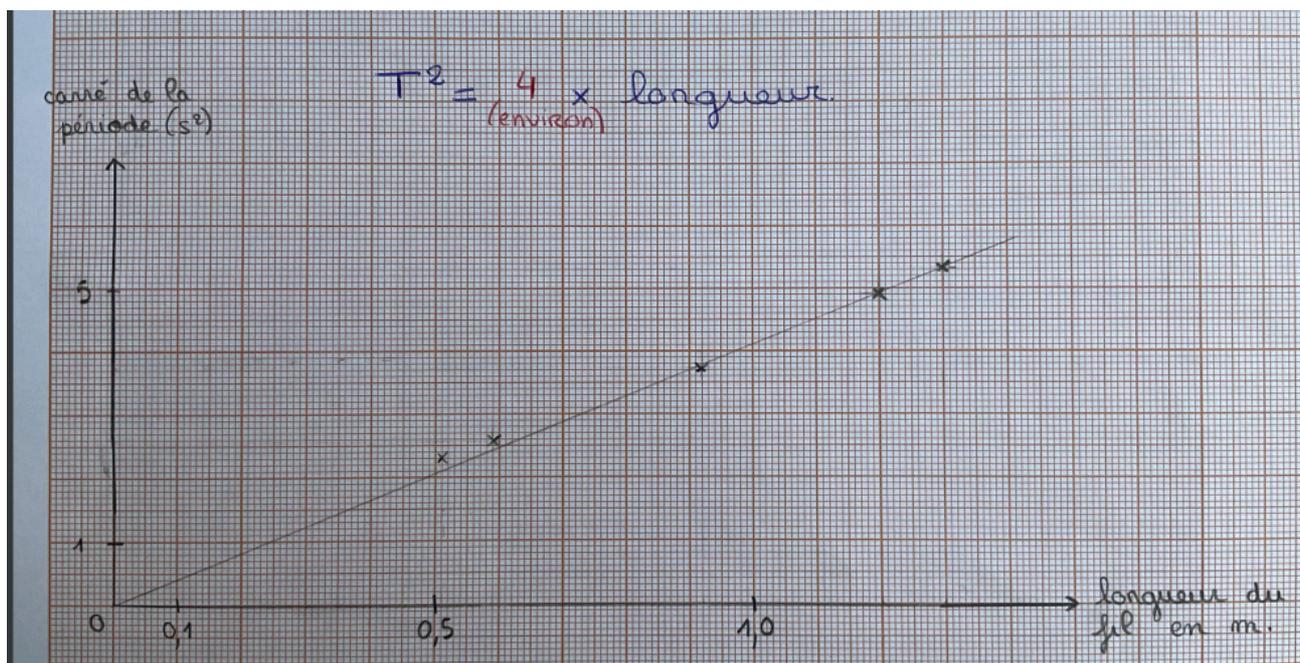
La période d'un pendule simple dépend donc de : la longueur du fil
uniquement!

Ici, nous allons utiliser la période au carré, car le graphique obtenu est une droite passant par l'origine du repère, donc une situation de proportionnalité liée à une fonction linéaire.

J'explique aux élèves le pourquoi de cette période au carré. Ça passe très bien !

Longueur du pendule : l (m)	0,51	0,59	0,92	1,2	1,5
Période au carrée : T^2 (s ²)	$\approx 2,30$	$\approx 2,54$	$\approx 3,73$	$\approx 4,90$	$\approx 5,34$

Je leur donne les valeurs de graduation à utiliser afin de ne pas ajouter une difficulté et de les focaliser sur le graphique obtenu.



Graphiquement, nous obtenons une période de 2 secondes pour un fil de 1m. L'hypothèse évoquée par la commission des poids et mesures lors de la révolution Française (la longueur du pendule battant la seconde) pour définir le mètre désignant en fait la demi-période.

Les élèves ont déjà eu l'occasion de rencontrer les années précédentes des représentations graphiques liées à des situations de proportionnalité.

La formule liant longueur du fil L (en mètres) à la période T (en secondes) et l'accélération due à la pesanteur g (en m/s²) est :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{ou : } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g} \quad \text{ce qui donne : } T^2 \approx 4,024L$$

...avec : $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ (en moyenne et en France)

C'est bien ce que nous avons trouvé à l'aide de notre graphique (je suis soulagée !).

7. La fin du TP ; ouverture historique

Nous voici donc en possession d'un fil mesurant 1 mètre, avec lequel la demi-période du pendule est de 1 seconde.

Petit morceau d'histoire :

Lorsque nous avons eu en main (enfin) la (possible) définition du mètre à partir du pendule, je leur ai expliqué rapidement le contexte historique :

Du temps des premiers rois, en raison du commerce, les poids et mesures étaient uniformes.

Extrait de l'introduction du Traité d'arithmétique décimale de Jean-François-Gaspard Palaiseau (cette introduction est présentée sous la forme d'un dialogue) :

Demande. Avant ces deux règnes [fin du règne de Charlemagne puis règne de Charles II], les poids et mesures étaient donc uniformes en France ?

Réponse. Oui du temps de nos premiers rois, les poids et mesures étaient uniformes ; les magistrats étaient chargés non seulement d'en entretenir l'uniformité dans toutes les provinces ; mais encore de les vérifier d'après les étalons, qui, pour la garantie publique, étaient alors gardés soigneusement dans le palais du roi.

À partir de l'an 877 (fin du règne de Charles II) cela se gâte : les seigneurs suzerains, profitant des troubles de l'État introduisent des unités de mesures variables et bien sûr conformes à leurs intérêts.

La toise, l'empan, le pouce, l'aune, le pied du roi etc... plus de 800 unités de mesure

différentes.

(Ici, j'ai lu aux élèves un extrait du livre de Denis Guedj, La méridienne, qui donne un aperçu vertigineux de la multiplicité des unités de mesure).

Lors de la révolution française, le peuple réclame une uniformisation des poids et mesures, la « commission des poids et mesures » est créée en 1791. Le mètre (entre autres unités) sera le même pour tout le monde.

Mais comment le définir ? Cette définition ne devait pas dépendre du corps humain, trop différent d'un individu à l'autre, et encore moins dépendre du corps des rois dont on ne voulait plus.

Par ailleurs cette définition devait être universelle et immuable.

Deux grandes idées furent évoquées : une constante physique (la longueur du fil du pendule battant la seconde) ou une mesure (le quart du 10 millionième de la longueur du Méridien de Paris, sachant que le méridien de l'époque désignait la distance entre le pôle et l'équateur, c'est à dire le demi-méridien actuellement).

Là, je leur ai demandé quelle définition leur paraissait la meilleure, la réponse a bien sûr été : le pendule. Pourquoi le pendule ? Parce que c'est beaucoup plus simple que de mesurer le monde (Ils n'ont pas tort...).

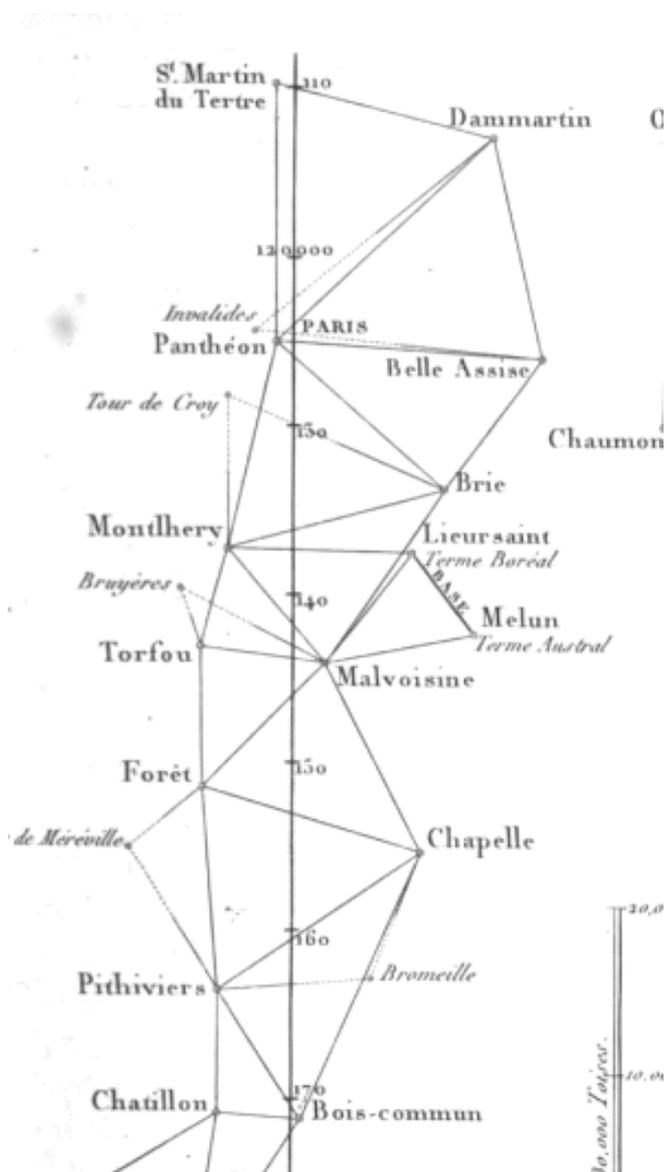
Et pourtant la définition choisie est basée sur la mesure du méridien de Paris.

La raison en est que l'expérience sur le pendule est en fait difficile à reproduire dans des conditions identiques. Et, de plus, dépend de la définition d'une autre unité : la seconde. Enfin, il y a d'autres paramètres que ceux que nous avons étudiés, en particulier les forces de frottements et la gravité (la formule liant la longueur du fil à la période dépend du paramètre g : accélération de la pesanteur).

Je leur raconte rapidement le périple de Delambre et Méchain, accompagnés de Bellet et Tranchot : la mesure d'une portion du méridien par triangulation entre Perpignan et Dunkerque. Puis le principe du calcul de la longueur du Méridien à partir de cette mesure partielle. Cela peut faire l'objet d'un TP sur la triangulation, sur les triangles semblables et la trigonométrie (même si la formule des sinus $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ n'est pas vue en troisième, ils connaissent le sinus d'un angle). Le calcul de la longueur du méridien entier à partir de la

mesure de MM Delambre, Bellet, Méchain et Tranchot utilise les angles correspondants égaux et la proportionnalité.

Le schéma des triangles entre Perpignan et Dunkerque est facile à trouver sur internet et est impressionnant : un périple de 7 ans, des milliers de calculs (sans la calculatrice bien évidemment...), un travail de Titans....



Conclusion

Lors d'une séance consécutive au TP ainsi mené, j'ai pu institutionnaliser sans difficulté les notions d'antécédents et d'images : l'antécédent (la longueur du fil) est en abscisse ; l'image (la période au carré) est en ordonnée ; les données sont regroupées dans un tableau de valeurs qui a un sens car lié à une expérience réalisée en classe, ce qui permet de mettre en place sans difficulté la différence fondamentale entre antécédent et image que les élèves ont toujours de la peine à saisir. Par la suite le graphique se fait spontanément (sans les difficultés habituelles liées aux échelles, à l'emplacement -abscisse ? ordonnée ?-des deux grandeurs) puis le lien de proportionnalité entre les deux grandeurs apparaît assez vite. Ensuite, à partir du graphique, les élèves ont retrouvé l'expression de la fonction que nous avons validée à partir de la formule liant les deux grandeurs trouvée sur Internet. Cette confirmation a posteriori de la formule trouvée à l'aide de l'expérience m'a permis d'introduire l'écriture d'une fonction sous la forme " $f(x)=...$ " mais n'a rien apporté aux élèves d'un point de vue validation des résultats de l'expérience. Cela était dû au fait que la formule trouvée était validée (pour eux) automatiquement car découlant d'une expérience concrète. Ils avaient trouvé par des mesures que le carré de la période était égal à quatre fois la longueur du fil donc cela ne pouvait être que vrai ! Ils auraient plutôt mis en doute une formule trouvée sur Internet ! Par la suite, lors d'exercices classiques sur les fonctions, j'ai pu vérifier que les notions étudiées étaient acquises de façon stable.

Je voudrais enfin souligner ma satisfaction car j'ai vu avec plaisir mes élèves s'engager avec enthousiasme dans ce travail et en tirer de réels enseignements. Ce qui m'a poussée à tenter de communiquer cette expérience, espérant que d'autres professeurs et élèves pourraient en profiter...

Cependant, il reste une question non résolue : comment était définie la seconde en 1791 ? ...

Bibliographie/webographie.

Sites web (histoire des unités de mesure)

Maths et tiques d'Yvan Monka :

<https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/geometrie/histoire-du-metre>

Métrologie Française, Histoire des unités :

<https://metrologie-francaise.lne.fr/fr/metrologie/histoire-des-unites#:~:text=Le%2026%20mars%201791%20naissait,aucun%20peuple%20sur%20le%20globe%20%22.>

L'histoire par l'image par Christiane Douyère-Demeulenaere :

<https://histoire-image.org/etudes/systeme-metrique-decimal>

Histoire et civilisations :

<https://www.histoire-et-civilisations.com/thematiques/epoque-contemporaine/1789-la-france-revolutionne-les-poids-et-mesures-74229.php>

Petite histoire de la définition des unités par Dominique Ottello :

https://aviatechno.net/unites/index_unites.php

L'histoire du mètre :

<http://histoire.du.metre.free.fr/fr/index.htm>

Wikipédia :

<https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A8tre>

Comité de Liaison Enseignants et Astronomes : la chaîne des triangles de Dunkerque à Barcelone. <http://clea-astro.eu/lunap/Triangulation/TriangCompl1.html>

Site web : TP sur le pendule :

Site de Guy Chaumeton :

<https://guy-chaumeton.pagesperso-orange.fr/2dtp10phc.htm>

Livres (histoire des unités) :

La méridienne, de Denis Guedj

Histoire documentée et romancée du périple de Méchain, Tranchot, Delambre et Bellet.

Traité d'arithmétique décimale, suivi de l'exposition des systèmes métrique et monétaire

(édition 1818). Jean-François-Gaspard Palaiseau.

(Fac-similé commandé par le biais du site Gallica)